

B06-201

Beräkningsstöd

Moment och tvärkraft

Författare: Morgan Johansson. Ansvarig utgivare: Björn Ekengren.

1 Orientering	2
1.1 Samlingsdokument	2
1.2 Om detta dokument	2
2 Användande av ett enfrihetsgradssystem	3
2.1 Orientering	3
2.2 Problembeskrivning	3
2.2.1 Jämförelse mellan SDOF och FEM	3
2.2.2 Moment	9
2.2.3 Tvärkraft	10
2.3 Kommentarer	11
3 Använda referenser	12
4 Moment	13
4.1 Momentkapacitet	13
4.1.1 Eurokod 2	13
4.1.2 UFC	14
4.1.3 Cormie <i>et al.</i>	15
4.1.4 FKR	15
4.2 Effekt av avkortning	15
4.2.1 Orientering	15
4.2.2 UFC	17
4.2.3 Cormie <i>et al.</i>	17
4.2.4 FKR	17
4.3 Rotationskapacitet	17
4.3.1 Orientering	17
4.3.2 Eurokod 2	18
4.3.3 UFC	22
4.3.4 Cormie <i>et al.</i>	24
4.3.5 FKR	25

5	Tvärkraft	27
5.1	Stödreaktion	27
5.1.1	Orientering	27
5.1.2	Biggs	27
5.1.3	FKR	30
5.2	UFC	32
5.3	Cormie <i>et al.</i>	33
5.4	FKR	33
6	Beräkningsanvisningar	35
6.1	Orientering	35
6.2	Moment	35
6.2.1	Momentkapacitet	35
6.2.2	Avkortning	35
6.2.3	Rotationskapacitet	36
6.2.4	Avvikelse mellan SDOF och FEM vid elastisk respons	37
6.3	Tvärkraft	39
6.3.1	Dimensionerande tvärkraft	39
6.3.2	Tvärkraftskapacitet	41
6.3.3	Rak skjuvspricka	42
7	Referenser	43

1 Orientering

1.1 Samlingsdokument

För allmän information om MSB:s kunskapsdokument i serien Beräkning av impulsbelastade konstruktioner, se dokument B01-101. Där ges bland annat övergripande bakgrund, en sammanfattande beteckningslista samt referenser. För en förteckning av utgivna och kommande dokument i serien hänvisas till dokument B01-102.

1.2 Om detta dokument

I detta dokument samlas bakgrundsinformation rörande det resulterande moment och tvärkraft som uppstår i impulsbelastade konstruktioner. Utgående från detta utarbetas sedan anvisningar för hur moment och tvärkraft kan beräknas utgående från ett enfrihetsgradssystem (SDOF).

2 Användande av ett enfrihetsgradssystem

2.1 Orientering

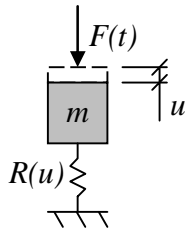
Vid beräkning av en impulsbelastad konstruktion är det vanligt förekommande att använda en förenklad beräkningsmodell baserad på ett enfrihetsgradssystem, ofta betecknat som ett SDOF-system (*single-degree-of-freedom system*), se Johansson och Laine (2012) och dokument B03-101 samt Figur 2.1. I ett sådant system beskrivs responsen hos en godtycklig konstruktion genom rörelsen i en enskild punkt, den så kallade systempunkten. Utgående från den dynamiska grundekvationen

$$m\ddot{u}(t) + R(u, t) = F(t) \quad (2.1)$$

kan systempunktens rörelse med tiden beräknas, där m , R och F motsvarar systemets massa, inre mothåll respektive yttre last och u samt \ddot{u} är förskjutning respektive acceleration i systempunkten. Den maximala mothållande kraft

$$R_{ekv} = \max(R(u)) \quad (2.2)$$

som fås från denna kraftjämvikt kan ses som en ekvivalent statisk last som motsvarar den statiska last som behöver appliceras på systemet för att uträtta samma arbete som den dynamiska lasten $F(t)$.



Figur 2.1 Definition av ett odämpat enfrihetsgradssystem, SDOF, med massa m , en yttre tidsberoende last $F(t)$ samt ett inre statiskt motstånd $R(u)$.

2.2 Problembeskrivning

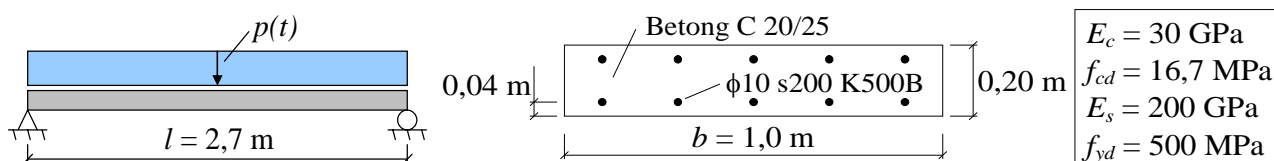
2.2.1 Jämförelse mellan SDOF och FEM

Vid användning av en förenklad beräkningsmodell, så som SDOF, finns alltid en risk att väsentlig information försvinner. För att illustrera potentiella problemområden med att använda en sådan visas därför i det här avsnittet en jämförelse av resultat erhållna från beräkning baserad på ett SDOF-system och beräkning baserad på finit elementanalys (FE-analys).

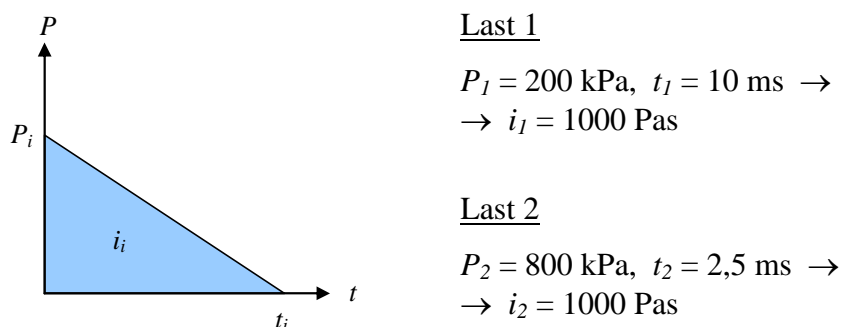
I Figur 2.2 illustreras en fritt upplagd balk som belastas med en jämnt utbredd dynamisk last $p(t)$. Balkdata är hämtat från dokument B05-101 och ger, för en elastisk respons i stadium II och systempunkt placerad i fältmitt $x = l / 2$, att

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

$$\left. \begin{array}{l} m_{II} = 1021 \text{ kg} \\ k_{II} = 6,2 \cdot 10^6 \text{ N/m} \end{array} \right\} \rightarrow f_{II} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{6,2 \cdot 10^6}{1021}} = 12,4 \text{ Hz} \rightarrow T_{II} = \frac{1}{12,4} = 0,081 \text{ s} \quad (2.3)$$



Figur 2.2 En fritt upplagd balk belastad med en jämnt utbredd impulslast, baserad på dokument B05-101.



Figur 2.3 Triangulärt last-tidssamband som belastar balk enligt Figur 2.2.

Balken belastas med en triangulär lastpuls enligt Figur 2.3 och i Figur 2.4 samt Figur 2.5 jämförs resulterande förskjutning, moment och stödreaktion när dessa beräknas med en FE-analys respektive ett förenklat SDOF-system. För FE-analysen fås samtliga resultat direkt från analysen. I SDOF-analysen har dock först beräknats en rörelse $u(t)$, varur en ekvivalent statisk last

$$R(t) = k_{II} \cdot u(t) \quad (2.4)$$

beräknats. Från denna fås sedan en ekvivalent utbredd last som

$$q(t) = \frac{R(u, t)}{l} \quad (2.5)$$

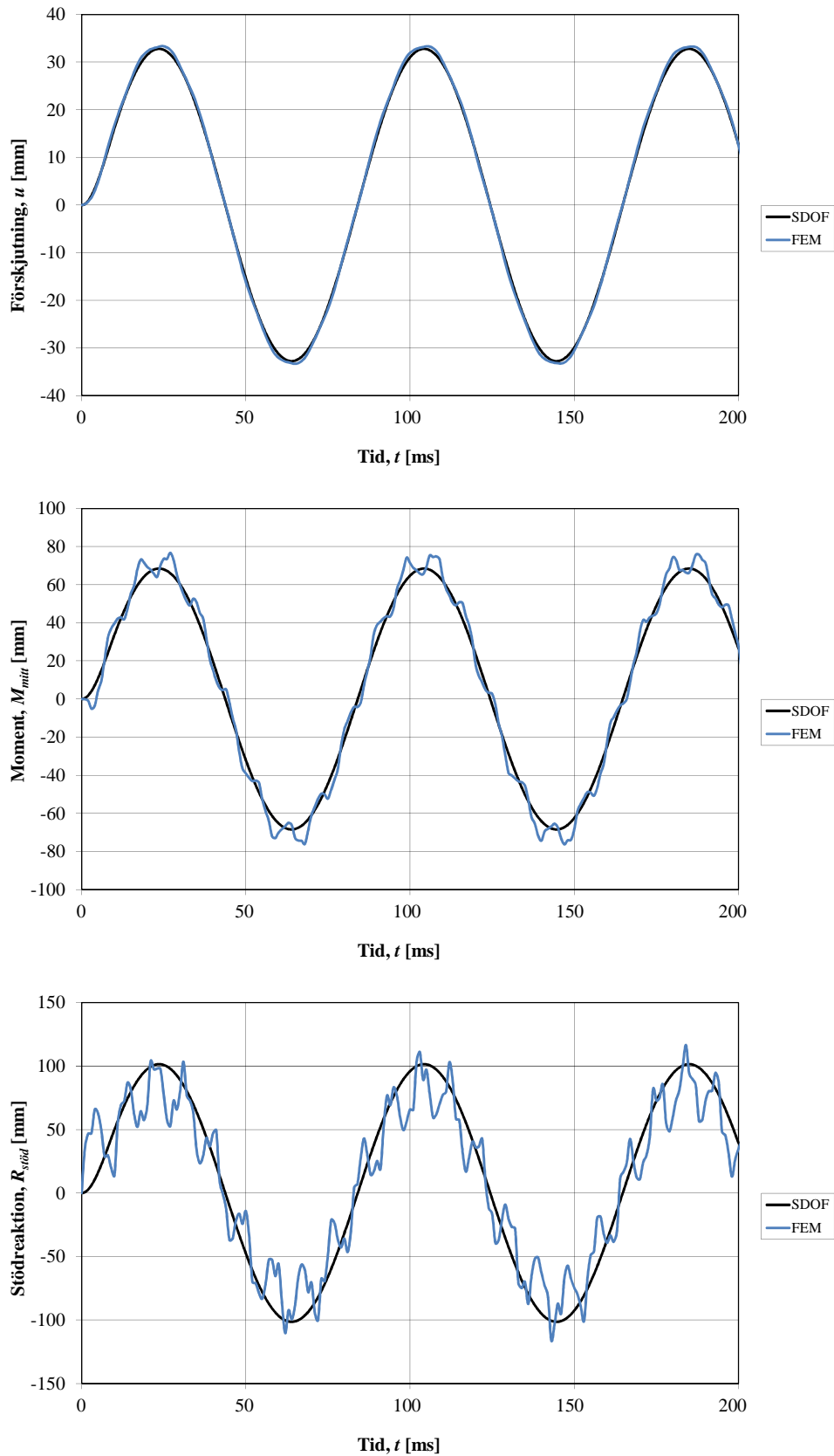
varvid moment och stödreaktion beräknats på samma sätt som för en statiskt belastad balk, dvs.

$$M_{mitt}(t) = \frac{q(t) \cdot l^2}{8} \quad (2.6)$$

$$R_{stöd}(t) = \frac{q(t) \cdot l}{2} \quad (2.7)$$

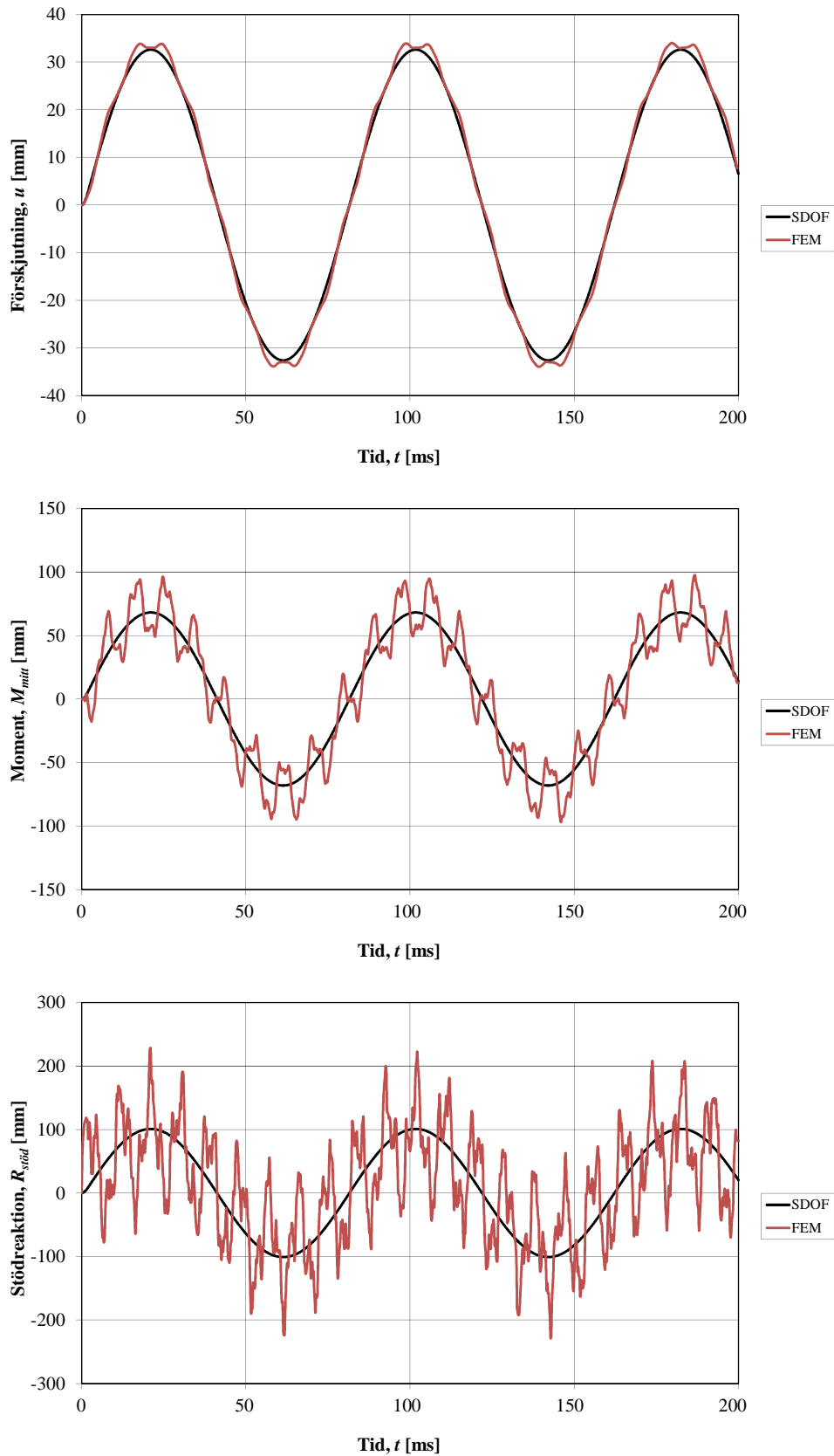
Varaktigheten hos Last 1 och Last 2 är sådana att de för den belastade balken i princip motsvarar en karakteristisk impulslast, varför SDOF ger i princip samma resultat för båda lastfallen – en smärre skillnad uppstår dock när i tiden som maximal förskjutning uppstår.

Beräkning av impulsbelastad konstruktion



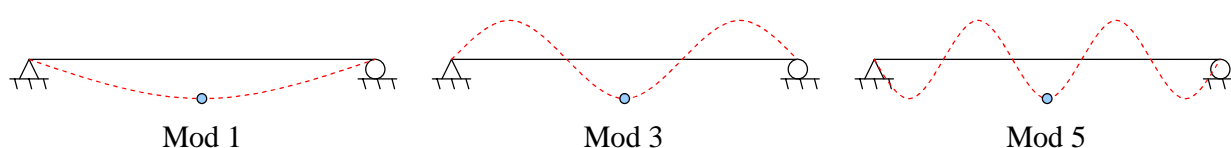
Figur 2.4 Förskjutning, fältmoment samt stödreaktion hos balk med elastisk respons, beräknat med SDOF respektive FEM för Last 1 enligt Figur 2.3.

Beräkning av impulsbelastad konstruktion



Figur 2.5 Förskjutning, fältmoment samt stödreaktion hos balk med elastisk respons, beräknat med SDOF respektive FEM för Last 2 enligt Figur 2.3.

Av Figur 2.4 och Figur 2.5 framgår att den resulterande förskjutningen i balkens systempunkt uppvisar en mycket god överensstämmelse mellan SDOF och FEM. De resulterande moment- och tvärkrafterna, beräknade utgående från en ekvivalent statisk last enligt ekvation (2.5) till (2.7), avviker dock från de som fås i en dynamisk FE-analys av samma konstruktion. För både moment och tvärkraft kan en likhet i responsen skönjas men det är uppenbart att ytterlighetsvärdena kan skilja sig. Anledningen till detta är att antalet moder som har betydelse beror på vilken parameter som studeras, se Figur 2.6. För balkens förskjutning har den första egenmoden en dominerande inverkan medan det för moment även krävs att åtminstone mod 3 beaktas. För tvärkraften ställs än högre krav på medverkande antal moder för att beskrivningen ska bli korrekt, vilket gör att stödreaktionen i Figur 2.4 och Figur 2.5 ger ett än ryckigare intryck än vad som är fallet för momentet. Vidare framgår att ryckigheten hos moment och tvärkraft är större för Last 2 än för Last 1, dvs. en mer intensiv last (högre tryck men lägre varaktighet) resulterar i ökad inverkan av högre ordningens moder och därmed även ökade oscillationer.



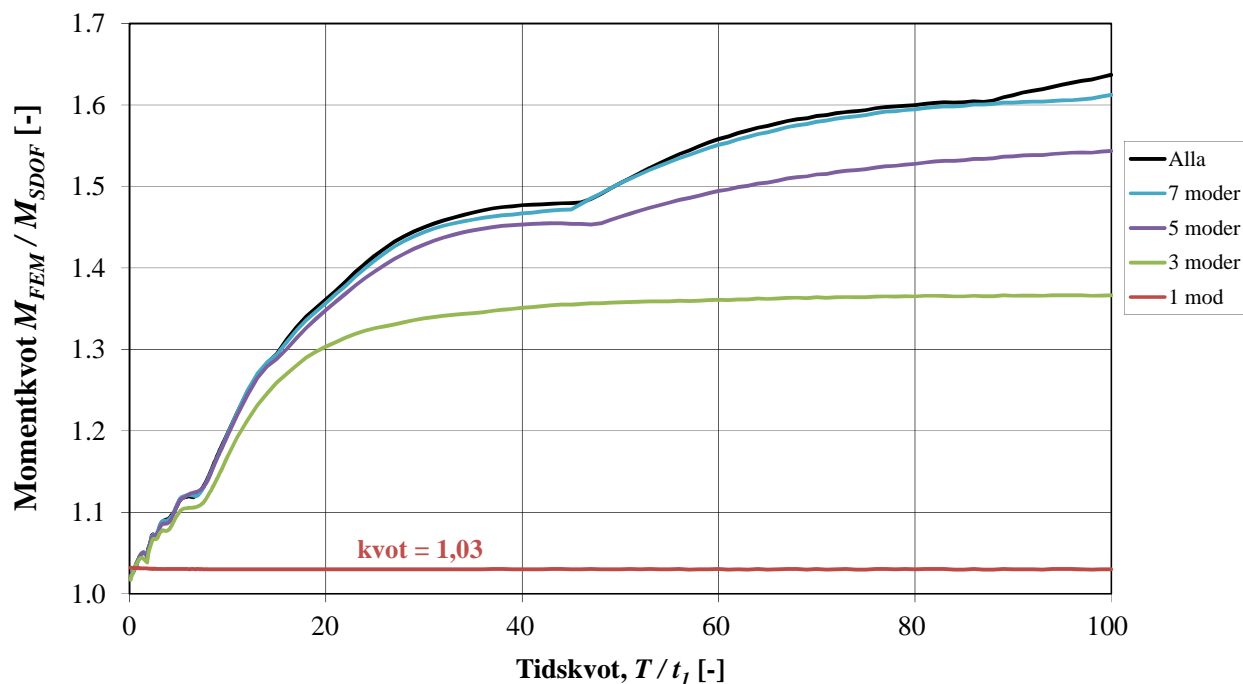
Figur 2.6 Exempel på relevanta egenmoder för symmetriskt belastad, fritt upplagd balk.

Av Figur 2.4 och Figur 2.5 framgår att moment erhållet från FEM svänger kring den lösning som representeras av SDOF. För tvärkraft är så dock inte riktigt fallet, här tycks svängningen istället ske kring en rörelse med lägre amplitud än vad som fås med SDOF. Denna avvikelse har påtalats av Biggs (1964) och detta fenomen behandlas mer ingående i avsnitt 5.1. Biggs har även uttryckligen konstaterat att den dynamiska stödreaktionen i den verkliga strukturen inte har någon direkt koppling i motsvarande enfrihetsgradssystem. Dvs. reaktionskraften $R(u)$ i SDOF-systemet motsvarar inte den verkliga stödreaktionen som fås i balkens stöd. Anledningen till detta är, enligt Biggs, att omvandlingen av det verkliga systemet till ett förenklat SDOF-system endast baseras på att korrekt beskriva rörelsen hos den verkliga strukturens systempunkt. Därmed fås också en avvikelse på de krafter som uppstår i systemet, något som även påverkar fördelningen av resulterande moment och tvärkrafter.

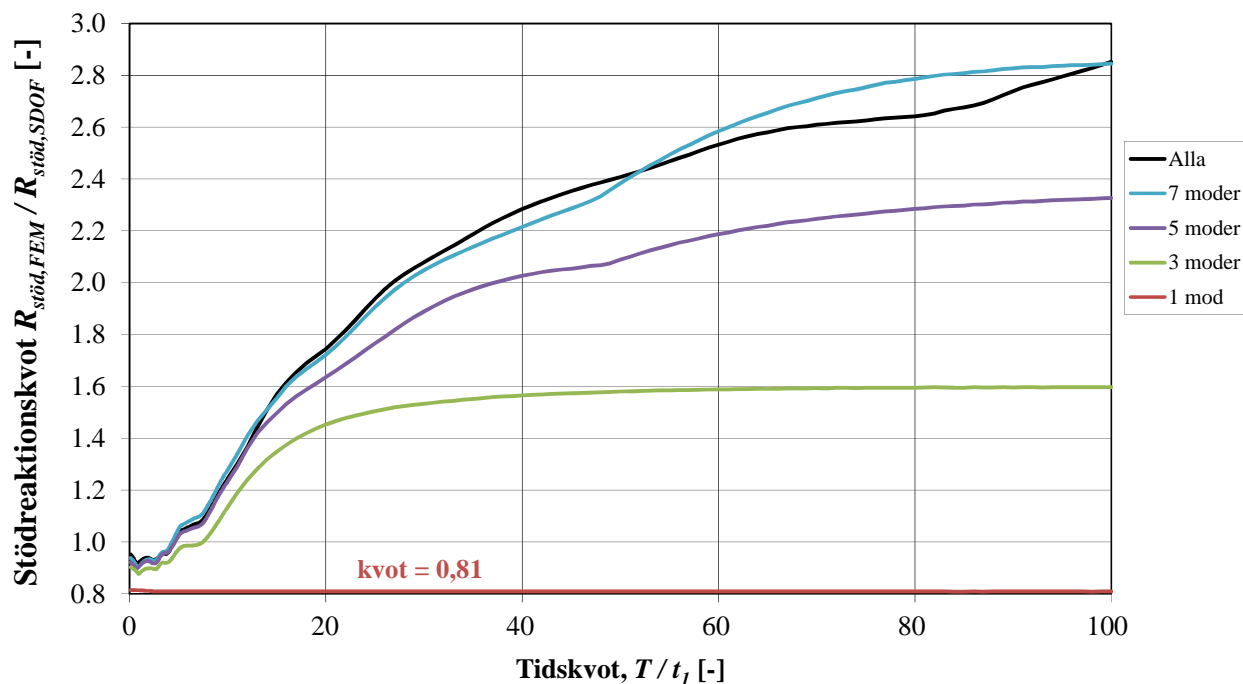
Denna avvikelse medför en osäkerhet i användandet av förenklade SDOF-modeller. Trots detta är användandet av sådana modeller i högsta grad etablerat och ligger till grund för en stor del av de beräkningsanvisningar som nationellt och internationellt används för dimensionering och analys av impulsbelastade konstruktioner, se till exempel UFC 3-340-02 (DOD, 2008), FKR 2011 (Fortifikationsverket, 2011) och Cormie *et al.* (2012). Med anledning av den noterade avvikelser mellan SDOF och FEM är det dock av vikt att veta hur moment och tvärkraft bör bestämmas utgående från en sådan förenklad modell samt vara medveten om de eventuella begränsningar som därmed uppstår.

I Figur 2.7 och Figur 2.8 jämförs moment- respektive stödreaktionskvot för balk med elastisk respons som är analyserad med FEM och SDOF. Kvoter har tagits fram för olika tidskvoter T/t_l , där T är systemets egenperiod och t_l är lastens varaktighet hos en triangulär last enligt Figur 2.3. För FEM har fem olika analyser utförts – en där alla moder tagits med och fyra där 1, 3, 5 eller 7 moder, enligt Figur 2.6, har tagits med. Härigenom fås också en god bild av vilka moder som ger störst bidrag till resulterande moment och stödreaktion. Bidraget från första moden är i princip konstant för samtliga tidskvoter (kvot 1,03 för moment och 0,81 för stödreaktion).

Beräkning av impulsbelastad konstruktion



Figur 2.7 Skillnad i moment i balk mellan FEM och SDOF, uttryckt som en kvot M_{FEM} / M_{SDOF} , som funktion av tidskvot T / t_1 . För FEM redovisas resultat när varierande antal moder beaktats i analysen.



Figur 2.8 Skillnad i stödreaktion i balk mellan FEM och SDOF, uttryckt som en kvot $R_{stöd,FEM} / R_{stöd,SDOF}$, som funktion av tidskvot T / t_1 . För FEM redovisas resultat när varierande antal moder beaktats i analysen.

2.2.2 Moment

I Figur 2.4 framgår hur momentet i balkens fältmitt $M_{mitt} = M(x = l / 2)$ varierar med tiden och av detta syns tydligt den skillnad som kan fås från en SDOF-analys jämfört med en FE-analys. I Figur 2.9 visas en momentenvelop

$$M_{env}(x) = \max(M(x, t)) \quad (2.8)$$

för samtliga snitt längs balkens längd för en tid $t \leq 0,5$ s. Denna envelop jämförs med momentfördelningen $M_{ekv}(x)$ för en balk belastad med ekvivalent statisk last

$$M_{ekv}(x) = \frac{q_{ekv}}{2} (l \cdot x - x^2) \quad (2.9)$$

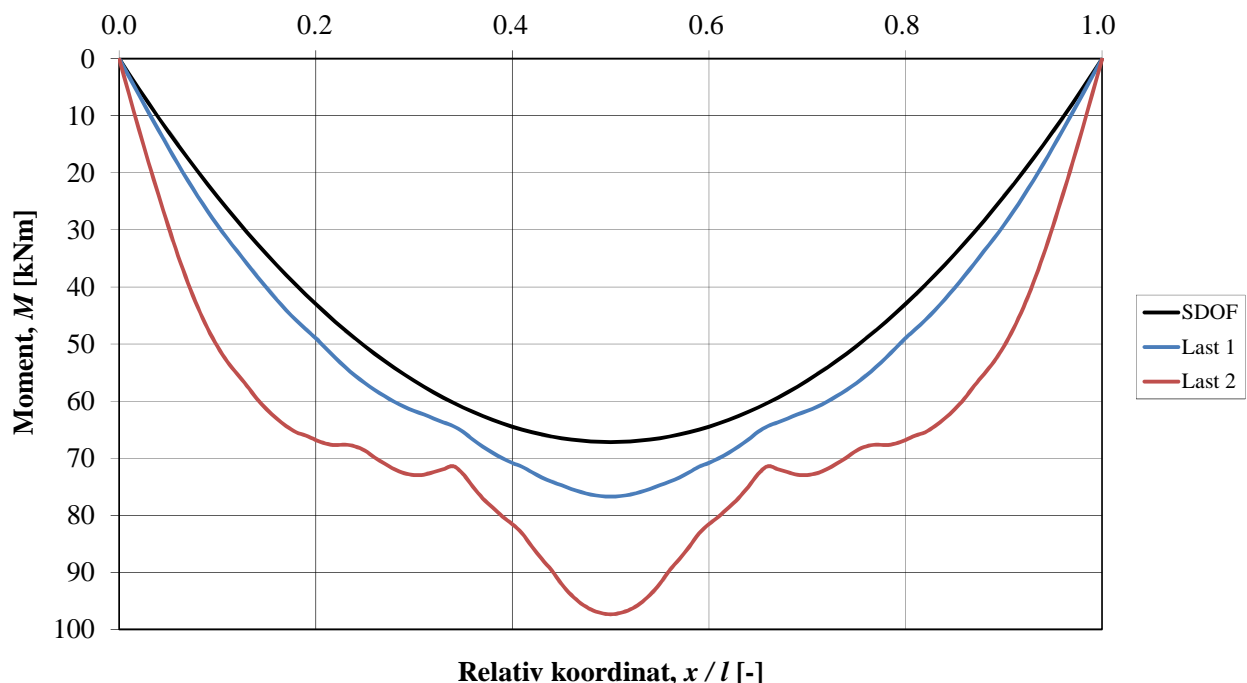
där

$$q_{ekv} = \frac{R_{ekv}}{l} \quad (2.10)$$

är ekvivalent statisk utbredd last beräknad från

$$R_{ekv} = \max(R(t)) = k_{II} \cdot u_{max} \quad (2.11)$$

där u_{max} är den maximala mittutböjningen.



Figur 2.9 Momentenvelop för balk i Figur 2.2 vid elastisk respons (stadium II), belastad med last enligt Figur 2.3.

Av Figur 2.9 framgår att den resulterande momentenvelopen vid impulsbelastning skiljer sig jämfört med vad som fås vid en statisk last. För Last 1 är avvikelserna i maximalt moment förhållandevis begränsad och samma grundläggande form som vid en statisk last kan fortfarande urskiljas. För en mer intensiv impulsbelastning, Last 2, syns dock betydande avvikelser både vad gäller form och maximalt värde.

Av detta framgår att det inte bara är i fältmitt som det råder en avvikelse i resultat utan även i andra snitt längs balken. Denna observation väcker framförallt två frågor:

- I vilken mån är det möjligt att förlita sig på att resultat från SDOF är på säker sida?
- Innebär avvikelserna från momentenvelop kontra momentfördelning enligt ekvivalent statisk last att särskilda begränsningar om eventuell armeringsavkortning bör införas?

Dessa frågor behandlas mer ingående i kapitel 4.

2.2.3 Tvärkraft

På samma sätt som för moment i avsnitt 2.2.2 kan en envelop längs balkens längd tas fram för tvärkraften som

$$V_{env}(x) = \begin{cases} \max(V(x,t)) & \text{för } x \leq l/2 \\ \min(V(x,t)) & \text{för } x \geq l/2 \end{cases} \quad (2.12)$$

En sådan jämförelse i Figur 2.10 med tvärkraftsfördelningen

$$V_{ekv}(x) = q_{ekv} \left(\frac{l}{2} - x \right) \quad (2.13)$$

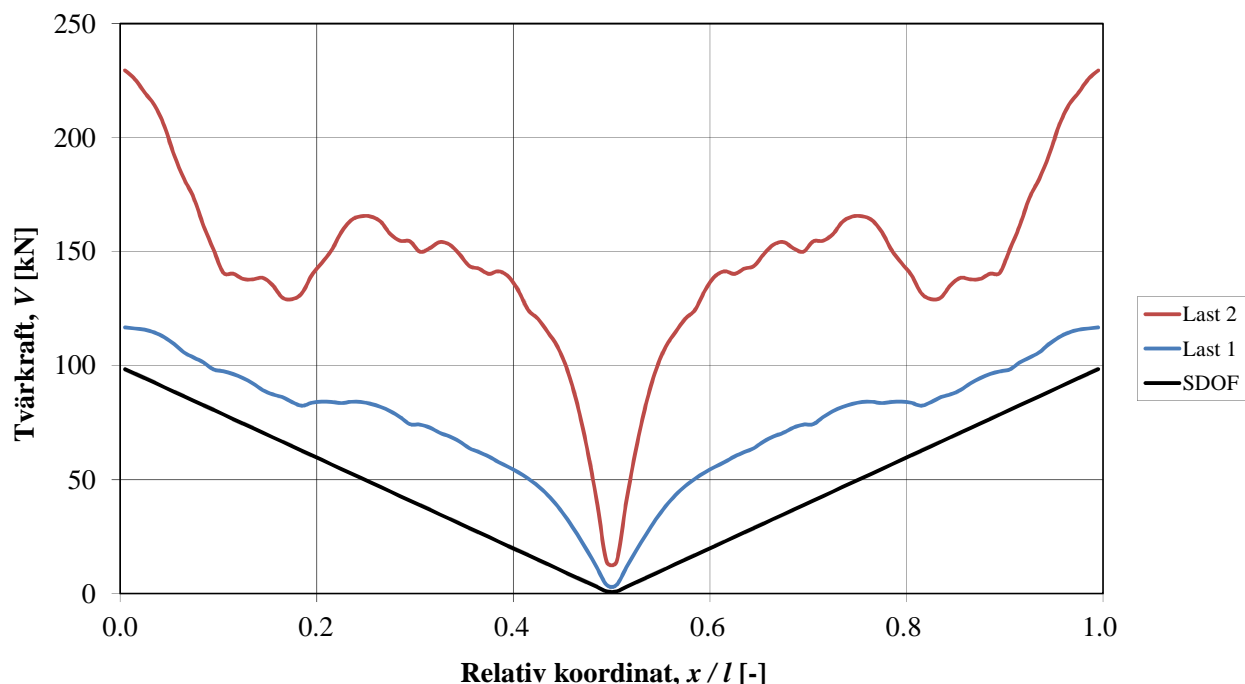
för en balk belastad med ekvivalent statisk last.

På ett sätt som liknar det för momentenvelopen i Figur 2.9 uppstår det även för tvärkraften skillnader i envelopen beroende på om det är en statisk last eller en impulsbelastning. För Fall 1 fås en klart märkbar, men ändå tämligen begränsad, avvikelse längs med hela balkens längd, dock med en förhållandevis intakt form på tvärkraftsenvelopen. För Fall 2 är så dock inte fallet. Här kan dels noteras en högst märkbar ökning av maximal tvärkraft och dels att formen på den resulterande tvärkraftskurvan ser väldigt annorlunda ut i förhållande till den som fås för en statisk belastning.

Av detta framgår att avvikelserna i tvärkraft kan vara betydande i balkens olika delar. Framförallt framgår det att formen på tvärkraftsenvelopen skiljer sig märkbart mot vad som fås vid en statisk belastning. Denna observation väcker följande frågor:

- I vilken mån kan den maximala tvärkraften som beräknas i SDOF anses vara representativ för den belastade balken?
- Vilken form på tvärkraftskurvan bör utgå från vid kapacitetskontroll av en impulsbelastad konstruktion?

Dessa frågor behandlas mer ingående i kapitel 5.



Figur 2.10 Tvärkraftsenvelop för balk i Figur 2.2 belastad med last enligt Figur 2.3.

2.3 Kommentar

Utgående från vad som tas upp i avsnitt 2.2 framgår det att det inte är självklart hur resulterande moment och tvärkraft, utgående från ett förenklat SDOF-system, ska beräknas för en impulsbelastad konstruktion. Av detta kan det möjligen argumenteras att användandet av SDOF bör begränsas och istället bytas ut mot mer avancerade beräkningar i form av FE-analyser. I vissa avseenden kan en sådan hållning säkerligen vara sund men för många situationer är det fortfarande en stor tidsvinst att kunna göra övergripande dynamiska beräkningar med hjälp av en sådan förenklad modell.

Av historiska skäl är det också önskvärt att närmare reda ut vilken betydelse en sådan avvikelse har för den belastade strukturens bärförmåga gentemot impulsbelastning eftersom en betydande majoritet av de befintliga skyddsstruktioner som finns världen över har sin grund i beräkningar utförda med SDOF-modeller. Därmed ökar också intresset av att bättre känna till de eventuella brister som användandet av SDOF-modeller har medfört. Med anledning av detta görs i kapitel 4 en genomgång av hur beräkning av moment respektive tvärkraft behandlas i litteraturen när dessa baseras på SDOF-modeller.

3 Använda referenser

Den häri utförda litteraturjämförelsen är tämligen begränsad i den meningen att enbart ett fåtal referenser har använts. Dock bedöms detta vara tillräckligt eftersom de aktuella referenserna anses vara väl representativa för hur resultat från förenklade SDOF-modeller används vid dimensionering av impulsbelastade konstruktioner. Nedan beskrivs och kommenteras kort använda referenser för att därigenom ge en bättre bakgrund till valet av dessa.

- Biggs (1964): Detta är en auktoritet på området impulsbelastade konstruktioner och en referens som ofta anges i litteratur som behandlar impulsbelastade konstruktioner. Samtliga referenser, om impulsbelastade konstruktioner, som listas nedan har på ett eller annat sätt utgått från vad som anges i Biggs.
- UFC 3-340-02, DOD (2008): Denna referens är utgiven av USA:s försvarsdepartement och innehåller en mycket stor mängd information om både lastframtagning och strukturens respons för konstruktioner av olika typer av material och situationer. Referensen anses här representera det amerikanska synsättet för hur en impulsbelastad konstruktion bör hanteras och benämns fortsättningsvis som UFC.
- Cormie *et al.* (2012): Referensen är en handbok sammansatt av fristående kapitel författade av ett drygt 10-tal olika personer med erkänd kompetens inom sina respektive områden. Antalet behandlade områden är fler än vad som tas upp i UFC men med en betydligt mer begränsad omfattning. Referensen anses här representera det brittiska synsättet för hur en impulsbelastad konstruktion bör hanteras och benämns fortsättningsvis som Cormie *et al.*
- FKR 2011, Fortifikationsverket (2011): Detta dokument utgör Fortifikationsverkets konstruktionsregler och är en sammanställning av anvisningar hämtade från ett stort antal svenska referenser som behandlar last, material och skydd. Anvisningar rörande moment och tvärkraft är framförallt hämtade från Bk 25, Fortifikationsförvaltningen (1973a, b) och vid behov behandlas i detta dokument även Bk 25 för att tydliggöra bakgrunden till FKR. Den metodik som beskrivs i FKR kan sägas representera den traditionella svenska synen på hur impulsbelastning och därav utsatta konstruktioner har behandlats i modern tid. Referensen anges nedan som FKR.
- Eurokod 2, SIS (2008): Denna referens anger hur betongkonstruktioner ska dimensioneras och gäller i stora delar av Europa. I och med detta finns det av naturliga skäl en önskan att använd beräkningsmetodik för impulsbelastade konstruktioner så långt som möjligt kopplas till vad som anges i Eurokod 2 och de dokument som tagits fram av MSB inom ämnesområdet utgår därför också från denna referens. Nedan benämns referensen som Eurokod 2.

4 Moment

4.1 Momentkapacitet

4.1.1 Eurokod 2

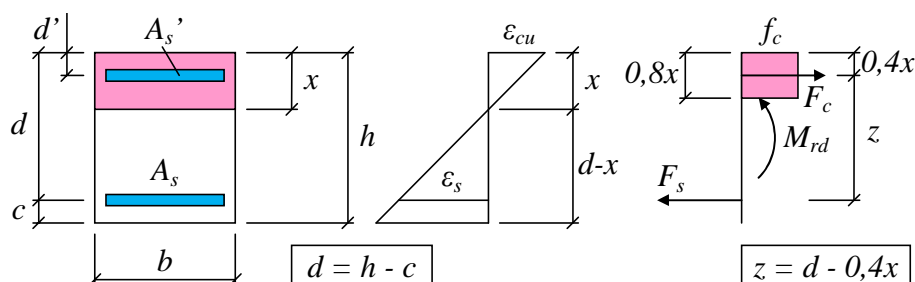
Enligt Eurokod 2 kan momentkapaciteten för ett armerat, rektangulärt betongtvärsnitt enligt Figur 4.1 bestämmas som

$$M_{rd} = F_s \cdot z = f_y \cdot A_s \cdot (d - 0,4x) \quad (4.1)$$

där f_y är flytgräns i armeringen, A_s är armeringsarea i armering på den dragna sidan, d är effekt höjd och x är tryckzonshöjden enligt Figur 4.1. Tryckzonshöjden kan bestämmas som

$$x = \frac{f_y \cdot A_s}{0,8 \cdot f_c \cdot b} \quad (4.2)$$

där f_c är betongens tryckhållfasthet och b är tvärsnittets bredd. Någon inverkan av armering på den tryckta sidan medräknas inte här. Om det finns erforderlig mängd byglar som omsluter den tryckta armeringen kan dess effekt på tryckzonshöjd x och momentkapacitet M_{rd} dock också beaktas.



Figur 4.1 Tvärsnittsanalys av momentutsatt betongtvärsnitt.

I Eurokod 2 anges ingen övre gräns på tillåten böjarmeringsmängd (avser svenskt anpassningsdokument). Dock finns det en övre gräns för att utnyttja plastisk omlagringsförmåga och för betong med $f_{ck} \leq 50$ MPa gäller för områden med flytleder att

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (4.3)$$

Det kan visas att

$$\frac{x}{d} = 0,8 \cdot \omega_s = 0,8 \cdot \frac{f_y}{f_c} \cdot \rho \quad (4.4)$$

för ett enkelarmerat tvärsnitt utsatt för ren böjning, se Johansson och Laine (2012). Kombinerat ekvation (4.3) och (4.4) kan ett maximalt värde på tillåten armeringsmängd tecknas som

$$\rho \leq 0,56 \cdot \frac{f_c}{f_y} \quad (4.5)$$

För en betong med $f_c = 25$ MPa och armering $f_y = 500$ MPa fås då att $\rho_{max} \approx 2,8$ %. Om gynnsam inverkan av tryckarmering beaktas (erfordrar omslutande byglar) kan denna böjarmeringsmängd dock tillåtas öka ytterligare.

4.1.2 UFC

I UFC beräknas momentkapaciteten på två olika sätt beroende på hur stor plastisk deformationsförmåga som utnyttjas i den belastade konstruktionen. För måttliga plastiska deformationer ($\theta \leq 2^\circ$, se avsnitt 4.3.3) beräknas momentkapaciteten som

$$M_{rd} = f_y \cdot A_s \cdot (d - 0,5x) \quad (4.6)$$

där tryckzonshöjden beräknas som

$$x = \frac{f_y \cdot A_s}{0,85 \cdot f_c \cdot b} \quad (4.7)$$

För stora plastiska deformationer ($\theta > 2^\circ$, se avsnitt 4.3.3) antas dock att betongens täckande betongskikt faller bort, varvid den inre hävarmen z också påverkas. Denna respons förutsätter att $A_s' = A_s$, samt en erforderlig mängd omslutande byglar som förhindrar att den tryckta armeringen knäcker ut, och för ett sådant fall beräknas momentkapaciteten istället som

$$M_{rd} = f_y \cdot A_s \cdot (d - d') \quad (4.8)$$

För att undvika spröda brott på grund av krossad betong innan dess att armeringen flyter anges att armeringsinnehållet ρ ska begränsas som

$$\rho \leq 0,75 \cdot \rho_{bal} \quad (4.9)$$

där aktuellt armeringsinnehåll definieras som

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (4.10)$$

för måttliga plastiska deformationer ($\theta \leq 2^\circ$) och

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot (d - d')} \quad (4.11)$$

för stora plastiska deformationer ($\theta > 2^\circ$). Gränsvärdet ρ_{bal} svarar mot det armeringsinnehåll som ger ett så kallat balanserat tvärsnitt, dvs. att betongkrossning och flytning av dragen armering inträffar samtidigt. För ett betongtvärsnitt med $f_c < 28$ MPa kan detta balanserade armeringsinnehåll, enligt UFC, beräknas som

$$\rho_{bal} = 0,72 \cdot \left(\frac{600}{600 + f_y} \right) \cdot \frac{f_c}{f_y} \quad (4.12)$$

För en betong med $f_c = 25$ MPa och armering $f_y = 500$ MPa fås då att $\rho_{bal} \approx 2,0$ %, vilket innebär att maximalt tillåten armeringsmängd för ett sådant tvärsnitt uppgår till omkring 1,5 %.

4.1.3 Cormie *et al.*

Anvisningar i Cormie *et al.* baseras på UFC men är även anpassade till Eurokod 2. Aktuell momentkapacitet bestäms därför även här på två sätt i enlighet med UFC, se avsnitt 4.1.2, men med beräkningsmetodik enligt Eurokod 2. För måttliga plastiska deformationer ($\theta \leq 2^\circ$) beräknas därför momentkapaciteten i enlighet med ekvation (4.6) medan den för stora plastiska deformationer ($\theta > 2^\circ$) beräknas enligt ekvation (4.8).

Några särskilda anvisningar om maximalt tillåten armeringsmängd anges inte varför det här tolkas som att de krav som finns i Eurokod 2 om detta är de som gäller, se avsnitt 4.1.1.

4.1.4 FKR

I FKR bestäms momentkapaciteten som

$$M_{rd} = 0,95 \cdot f_y \cdot A_s \cdot d \quad (4.13)$$

vilket är en approximation till uttrycket i ekvation (4.1) som stämmer bra för små armeringsmängder.

I FKR begränsas tillåten armeringsmängd till $\rho_{max} \approx 0,5$ %,

4.2 Effekt av avkortning

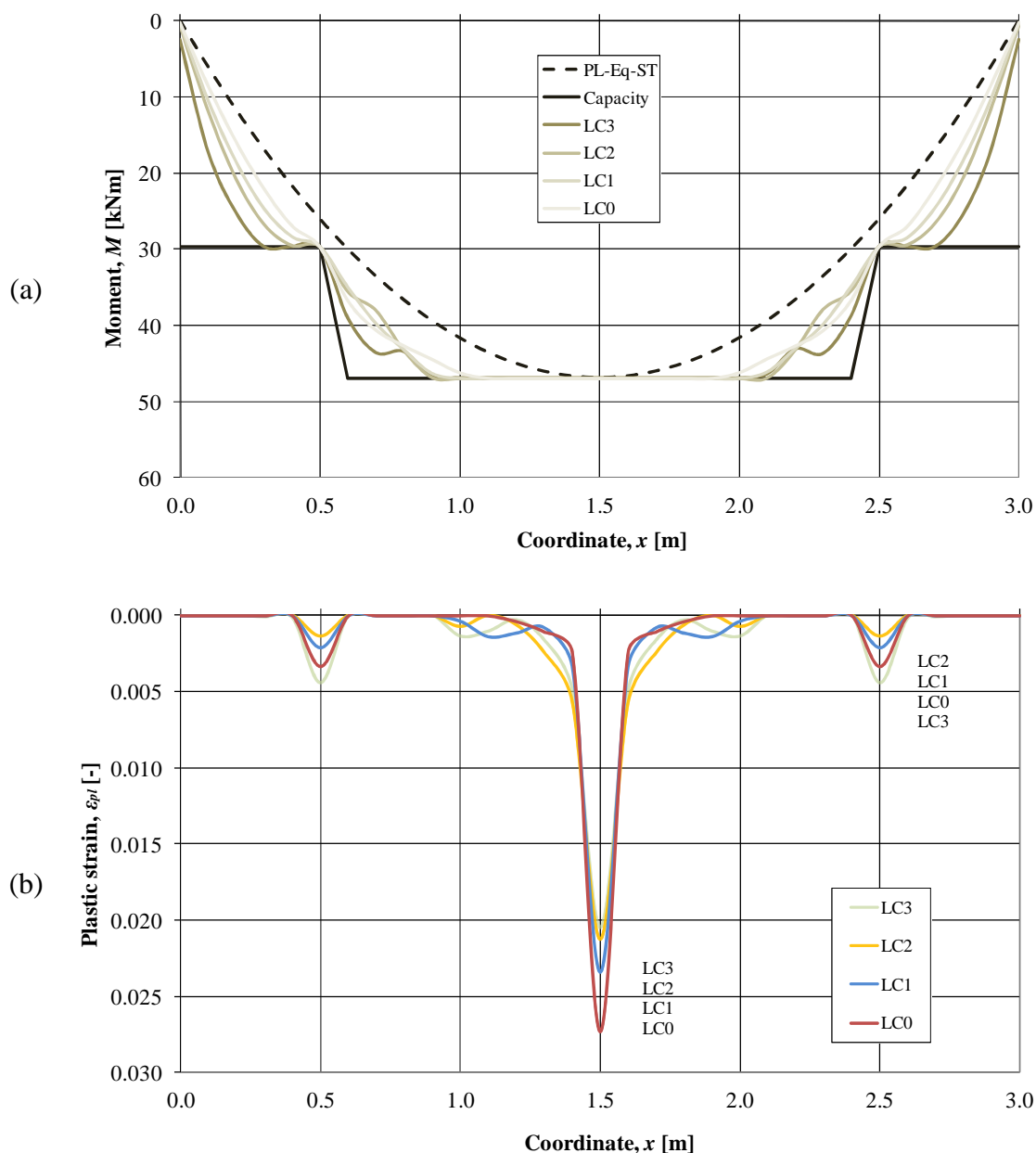
4.2.1 Orientering

I statistiska sammanhang är det inte ovanligt att avkortning av armering används för att därigenom minimera den totala armeringsmängden i konstruktionen. Av Figur 2.9 i avsnitt 2.2.2 framgår dock att det vid en impulsbelastning riskerar att uppstå ett ökat armeringsbehov över hela konstruktionens längd jämfört med vad som fås vid en statisk last. Det är därför av intresse att kunna avgöra vilken eventuell inverkan som avkortning har i sådana fall.

För en konstruktion med plastisk respons återfås per definition ett verkande moment som är lika stort som momentkapaciteten i det mest utsatta snittet. Här kan dock tillåtas att det uppstår en lokal plastisk led med möjlighet till plastisk omlagring. För en konstruktion med plastisk respons minskar därmed också den potentiella konsekvensen betydligt vid ett eventuellt lokalt överskridande av den teoretiska momentkurvan så som illustreras i Figur 2.9. Ett exempel av vad som kan inträffa för ett

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

sådant fall, när avkortning utnyttjas, illustreras i Figur 4.2. Här har responsen hos en 3 m lång balk, med avkortning 0,5 m från stöd, utsatt för fyra olika impulslaster ($i = 1000$ Pas, $t = [8, 4, 2, 0,5]$ ms för lastfall 0 till 3) studerats. I samtliga fall erhöles en plastisk respons i både fältmitt samt i avkortningssnitt, varvid den resulterande momentenvelopen också anpassat sig till detta, se Figur 4.2a. I Figur 4.2b illustreras påfrestningen hos den plastiska leden, uttryckt som plastisk töjning i aktuellt balksnitt, varvid det kan konstateras att behovet av plastisk deformationsförmåga i avkortningssnitt för studerade fall är betydligt lägre än vad som fås i fältmitt. Detta visar att ett lokalt överskridande av momentkapaciteten inte nödvändigtvis behöver få några allvarliga konsekvenser för en konstruktion som uppvisar en plastisk respons.



Figur 4.2 *Principiell effekt av avkortning i armerad betongbalk när avkortning görs på ett avstånd 0,5 m från stöd för olika impulslaster: (a) resulterande momentenvelop jämfört med statisk momentkurva samt momentkapacitet; (b) resulterande plastiska töjningar längs balken. Från Carlsson och Kristensson (2012).*

4.2.2 UFC

Med avsikt att möjliggöra linverkan i en konstruktion förespråkas i UFC att avkortning av armering ska undvikas i en konstruktion utsatt för explosionslast. Någon anledning att undvika avkortning med hänvisning till momentkurvans form över konstruktionens längd ges inte.

4.2.3 Cormie *et al.*

Liksom i UFC förespråkas det i Cormie *et al.* att avkortning av armering ska undvikas i en konstruktion utsatt för explosionslast. Det anges dock att om randvillkoren är sådana att gynnsam effekt av linverkan inte kan uppstå så kan avkortning godtas. Någon anledning att undvika avkortning med hänvisning till avvikelse i momentkurvans form över konstruktionens längd ges inte.

4.2.4 FKR

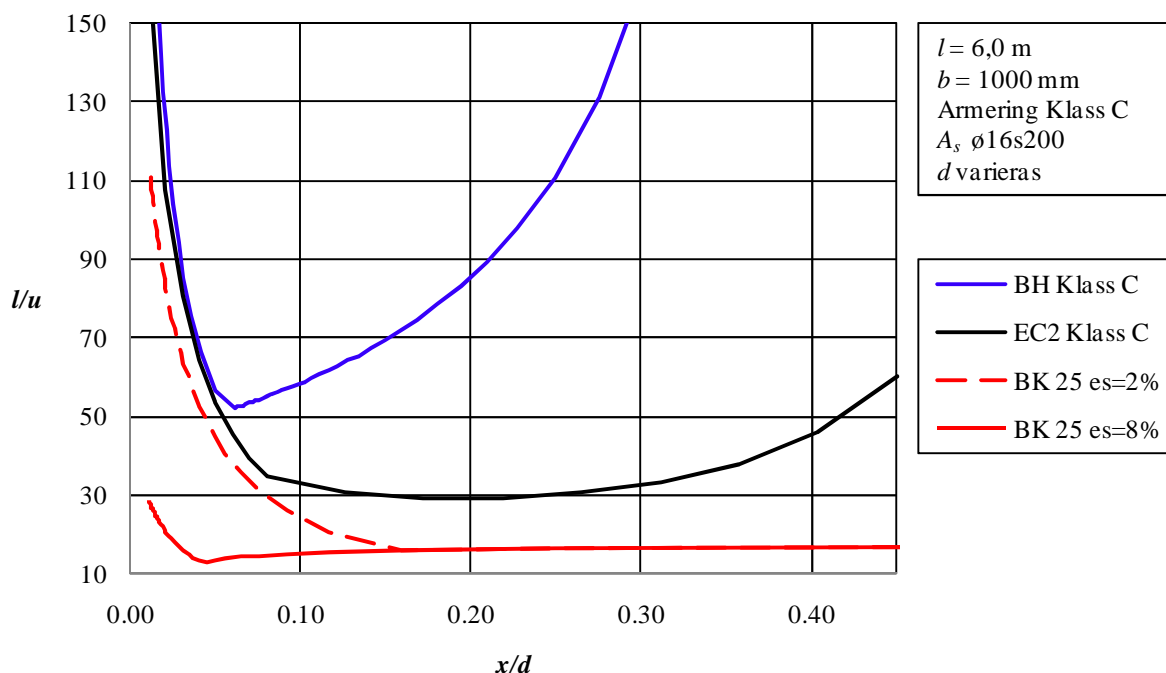
I FKR anges att all fältarmering oavkortat dras förbi stöd med fullgod förankring. Dvs. avkortning tillåts inte men orsak till detta specificeras inte. Huruvida stödarmring som sträcker sig in mot konstruktionens fält får avkortas anges inte. I Bk 25, Fortifikationsförvaltningen (1973a, b), vilken ligger till grund för anvisningarna i FKR, framgår dock att avkortning av stödarmring tillåts och att denna baseras på en momentfördelning som motsvarar den för en ekvivalent statisk last. Dvs. någon hänsyn till annorlunda form hos momentkurvan på grund av dynamisk belastning beaktas ej.

4.3 Rotationskapacitet

4.3.1 Orientering

Vid en impulsbelastning blir den plastiska deformationsförmågan hos utsatt struktur högst väsentligt för dess förmåga att motstå uppkomna påkänningar. För en betongkonstruktion bestäms den plastiska deformationsförmågan utgående från aktuell rotationskapacitet. Detta begrepp behandlas ingående i Johansson och Laine (2012) där det också konstateras att olika beräkningsanvisningar kan resultera i stora skillnader på tillåtna gränsvärden för tillåten plastisk deformation, se Figur 4.3.

Av Figur 4.3 framgår att tillåten deformationsförmåga enligt Eurokod 2 (EC2) blir lägre än vad den blir för Bk 25. De bakomliggande modellerna för tillåten rotationskapacitet är olika och graden av konservatism varierar dem emellan. En annan viktig orsak till skillnad i deformationskapacitet är att det i Bk 25 utgås från en betydligt segare armering än den som ligger till grund för samband enligt Eurokod.



Figur 4.3 Jämförelse av tillåten deformationsförmåga hos en armerad betongförmåga enligt olika referenser. Deformationsförmågan uttrycks som l/u (spännvidd / förskjutning) där kvoten x/d varierar med effektiva höjden d . Från Johansson och Laine (2012).

4.3.2 Eurokod 2

I Eurokod 2, SIS (2008), utgås från ett samband för rotationskapacitet enligt Figur 4.4 där olika samband ges för armering med olika seghetsegenskaper, se Tabell 4.1. Bakgrunden till samband i Figur 4.4 är oklar men i Eurokod 2 anges att flytledens totala utbredningslängd är

$$a_{led} = 2a = 1,2 \cdot h \quad (4.14)$$

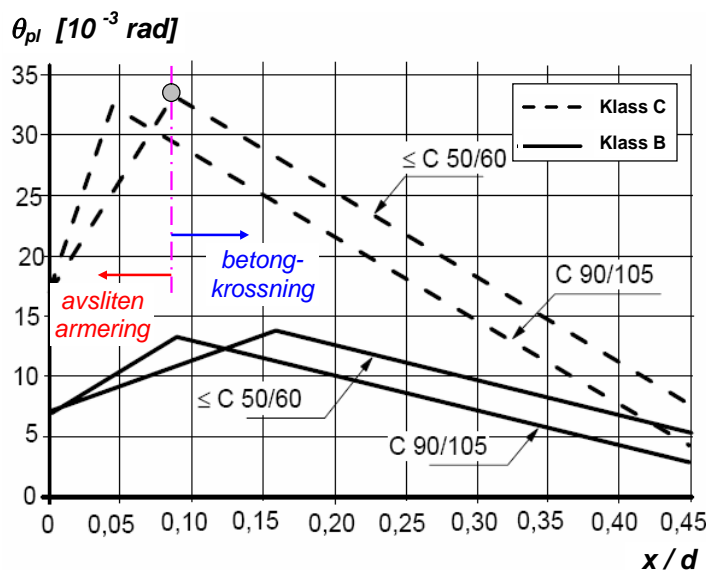
där a är flytled på ena sidan och h är tvärsnittshöjd, se Figur 4.5. Utgående från denna information kan dock utföras en baklängesräkning för att söka få klarhet vad som döljer sig bakom Figur 4.4.

Här utgås från den beräkningsmodell som används i Bk 25, Fortifikationsförvaltningen (1973a, b), och som närmare beskrivs i Johansson och Laine (2012), se Figur 4.6. I denna modell påverkar flytledens utbredning a rotationskapaciteten θ_f proportionellt, dvs.

$$\theta_f = \frac{a}{r} \quad (4.15)$$

Det är viktigt att notera att rotationen θ_f i Figur 4.6 inte är samma rotation som betecknas med θ_s i Figur 4.5. Sambandet mellan dessa båda rotationer kan istället skrivas som

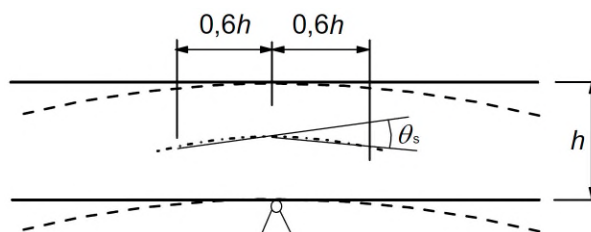
$$\theta_f = \frac{\theta_s}{2} \quad (4.16)$$



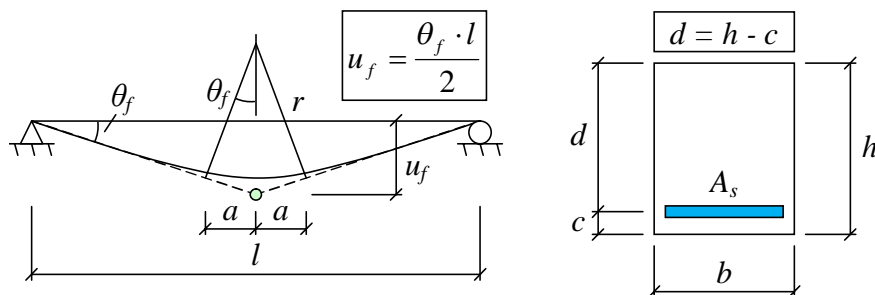
Figur 4.4 Diagram för bestämning av tillåten plastisk rotationskapacitet θ_{pl} för olika typer av betong och armering. Gräns för brottorsak är markerad. Baserad på Eurokod 2, SIS (2008).

Tabell 4.1 Definition av armeringsklasser enligt Eurokod 2, SIS (2008).

Klass	f_{yk} [MPa]	$\gamma = f_{su} / f_{sy}$ [-]	$\epsilon_{s,fsu}$ [%]
B	400 - 600	$\geq 1,08$	$\geq 5,0$
C	400 - 600	$\geq 1,15$ $< 1,35$	$\geq 7,5$



Figur 4.5 Flytleddens utbredning samt definition av total plastisk rotation θ_s vid stöd enligt Eurokod 2, SIS (2008).



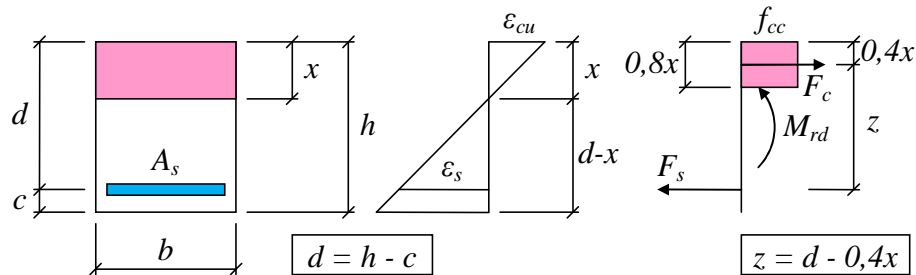
Figur 4.6 Modell för rotationskapacitet hos flytledd i fritt upplagd balk. Baserad på Fortifikationsförvaltningen (1973b).

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

Maximalt tillåten krökningsradie baseras på tillåten armeringstjockning samt betongstukningen för tvärsnittet. Krökningen kan beräknas som

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad (4.17)$$

där ε_{cu} är betongens brotttjockning, ε_s är stålets medeltjockning över sträckan a , och x samt d är tvärsnittets tryckzonshöjd respektive effektiva höjd enligt Figur 4.7. Som brottkriterium fås antingen att betongen krossas eller att armeringen slits av när de når tjockningen ε_{cu} respektive ε_s .



Figur 4.7 Tvärsnittsanalys av momentutsatt betongtvärsnitt.

Utgående från ekvation (4.17) kan visas att skärningspunkten mellan avsliten armering och krossad betong kan beräknas som

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} \quad (4.18)$$

Från ekvation (4.15) och (4.17) kan två samband mellan längd a och rotation θ_f tecknas. För den del i Figur 4.4 som innebär avsliten armering fås

$$a_s = \theta_f \cdot \frac{1-x/d}{\varepsilon_s} \cdot d \rightarrow a_s \cdot \varepsilon_s = \theta_f \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right) \cdot d \quad (4.19)$$

och för den del som innebär krossad betong fås

$$a_c = \theta_f \cdot \frac{x/d}{\varepsilon_{cu}} \cdot d \rightarrow a_c \cdot \varepsilon_{cu} = \theta_f \cdot \frac{x}{d} \cdot d \quad (4.20)$$

Av detta framgår att produkterna $a_s \cdot \varepsilon_s$ samt $a_c \cdot \varepsilon_{cu}$ är proportionella mot den effektiva höjden d . Via Figur 4.4 finns ett samband mellan rotation θ_{pl} och kvot x/d vilket nu kan användas för att jämföra med samband mellan flytledens längd a och den effektiva höjden d enligt ekvation (4.19) och (4.20). De värden som utgör grunden för Figur 4.4 finns inte tabellerade i Eurokod 2 men i Tabell 4.2 sammanställs den tolkning av grafernas brytpunkter för betong \leq C50/60 som används här. I denna tabell beräknas även den kvot $a \cdot \varepsilon / d$ som fås med dessa värden insatta i ekvation (4.19) och (4.20).

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

Tabell 4.2 Avlästa förhållande mellan x/d samt rotation $\theta_f = \theta_{pl}$ enligt Figur 4.4 för armering av klass B och C samt betong $\leq C50/60$. Kvoten $a \cdot \varepsilon / d$ har beräknats enligt ekvation (4.19) och (4.20).

Klass B				Klass C			
x/d	θ_{pl}	$a_s \cdot \varepsilon_s / d$	$a_c \cdot \varepsilon_{cu} / d$	x/d	θ_{pl}	$a_s \cdot \varepsilon_s / d$	$a_c \cdot \varepsilon_{cu} / d$
[-]	[mrad]	[10 ⁻³]	[10 ⁻³]	[-]	[mrad]	[10 ⁻³]	[10 ⁻³]
0,000	7,5	7,50	-	0,000	17,0	17,0	-
0,165	14,0	11,7	2,31	0,080	33,5	30,8	2,68
0,450	5,5	-	2,48	0,450	7,5	-	3,38

I tabellen har utgått från att angiven rotation θ_{pl} i Figur 4.4 motsvarar θ_f i Figur 4.6, dvs. $\theta_f = \theta_{pl}$. Detta är i strid med hur θ_{pl} definieras i Eurokod, se Figur 4.5, men överensstämmer med hur den används i av MSB utgivna dokument, se exempelvis Johansson och Laine (2012).

De beräknade kvoterna i Tabell 4.2 säger i sig inte så mycket. Genom att sätta in ett värde på armeringstjockningen ε_s samt betongtjockningen ε_{cu} fås dock en klarare bild av sambandet mellan flytledens utbredning a och den effektiva höjden d . För betongen är det rimligt att ansätta $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$, dvs. betongens brotttjockning enligt Eurokod 2 för betong $\leq C50/60$. Vilken medeltjockning som ska användas för armeringen är dock inte självklart men det är rimligt att ett högre värde tillåts för den segare armeringen av klass C än för klass B. Här används ett, vad som bedöms vara ett konservativt värde på $\varepsilon_{s,B} = 20 \text{ ‰}$ och $\varepsilon_{s,C} = 30 \text{ ‰}$. Med dessa värden insatta fås värden på kvoten a/d enligt Tabell 4.3.

Tabell 4.3 Kvoten a/d beräknat utgående från Tabell 4.2 när $\varepsilon_{s,B} = 20 \text{ ‰}$, $\varepsilon_{s,C} = 30 \text{ ‰}$ och $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$.

Klass B			Klass C		
x/d	a_s/d	a_c/d	x/d	a_s/d	a_c/d
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
0,000	0,38	-	0,000	0,57	-
0,165	0,58	0,66	0,080	1,03	0,77
0,450	-	0,71	0,450	-	0,96

Med antagande om att förhållandet mellan höjden h och den effektiva höjden d kan approximeras som

$$h \approx 1,1 \cdot d \tag{4.21}$$

så fås samband a/h enligt Tabell 4.4. Av detta framgår att kvoten a/h , med ovanstående antaganden, blir omkring 0,35-0,65 för armering av klass B samt omkring 0,50-0,95 för armering av klass C. Ett lägre värde på armeringstjockningen ε_s ger ett högre värde på kvoten a/h .

Tabell 4.4 Kvoten a/h beräknat utgående från Tabell 4.4 med utnyttjande av samband enligt ekvation (4.21).

Klass B			Klass C		
x/d	a_s/h	a_c/h	x/d	a_s/h	a_c/h
[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
0,000	0,34	-	0,000	0,52	-
0,165	0,53	0,60	0,080	0,93	0,70
0,450	-	0,64	0,450	-	0,88

Det är av intresse att notera att kvoten a/h varierar för de studerade fallen. Allmänt gäller dock att flytledens längd blir större vid armering av klass C än av klass B. Detta är rimligt eftersom den segare armeringen av klass C har en ökat möjlighet att åstadkomma en större geometrisk utspridning av flytleden.

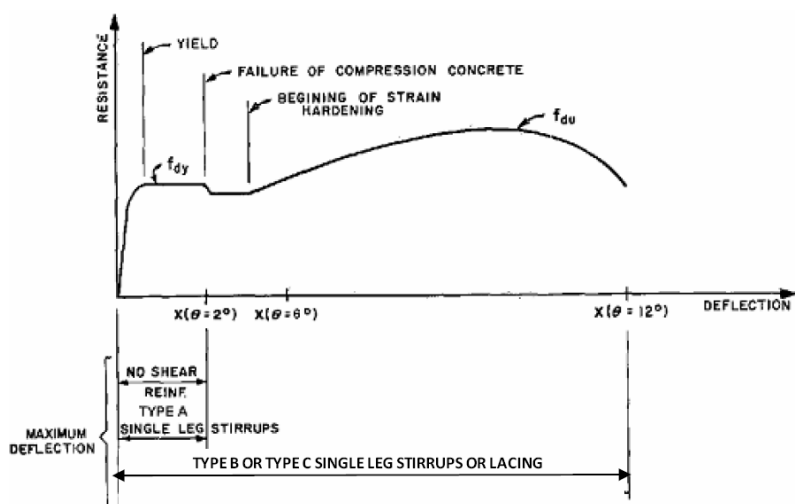
Det är även intressant att notera att $a_{c,B} \approx 0,6 \cdot h$ och $a_{c,C} \approx 0,8 \cdot h$ för armering av klass B respektive klass C. Detta är i samma storleksordning som anges i Eurokod 2, se Figur 4.5. Det överraskande med denna observation är dock att den i Eurokod använda definition av rotationsvinkel θ_s skiljer sig med en faktor två gentemot den som har använts för θ_f i här utförd jämförelse, se ekvation (4.16).

Om istället den definition som ges för rotation i Eurokod 2 skulle användas, se Figur 4.5, fås hälften så stora värden på flytledens utbredning, dvs. att $a_{c,B,EK2} \approx 0,3 \cdot h$ och $a_{c,C,EK2} \approx 0,4 \cdot h$. Dessa utbredningar visar dock en sämre överensstämmelse med den utbredning av halva flytleden på $a = 0,6 \cdot h$ som anges i Eurokod 2, se Figur 4.5.

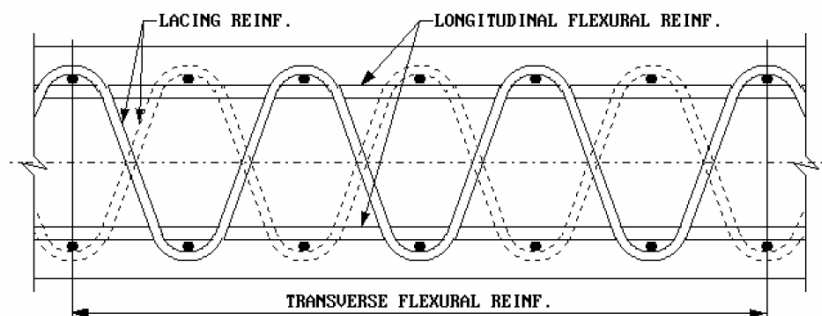
Med utgångspunkt från den modell som presenteras i Figur 4.6 kan konstateras att den flytleds-utbredning på $a = 0,6 \cdot h$ som anges i Eurokod 2 inte stöds av angivna värden för tillåten plastisk rotation i Figur 4.4. Den definition av rotationen θ som görs i Eurokod, se Figur 4.5, kan därför ifrågasättas och i här utförda deformationsberäkningar utgås därför istället från en definition av θ enligt Figur 4.6. Denna definition av θ används också genomgående i beräkningsdokument utgivna av MSB.

4.3.3 UFC

I UFC ges endast mycket övergripande anvisningar för vilken deformationsförmåga som en impulsbelastad betongkonstruktion kan förväntas uppvisa. Det anges visserligen att den maximala deformationen är en funktion av konstruktionens spännvidd, höjd samt typ, mängd och konfiguration av armering men några djupare riktlinjer än så ges inte. Givna anvisningar baseras istället på ett schematiskt last-deformations samband för en armerad betongbalk, se Figur 4.8. Här illustreras principiellt uppförande hos en betongbalk där responsen beror på närvaron av samt typen av byglar. Sammanfattningsvis förs ett resonemang som innebär att betongen krossas vid en rotation $\theta = 2^\circ$. Saknas det byglar och tryckarmering i utsatt tvärsnitt innebär detta att brott erhålls. Är balken dock försedd med dessa bedöms tryckarmeringen överta betongens tryckupptagande funktion varvid brott fördröjs. Kapaciteten sjunker visserligen något på grund av minskad inre hävvarm, se avsnitt 4.1.2, men tillåten rotationskapacitet ökar till $\theta = 6^\circ$. Om en för ändamålet särskild utvecklad typ av bygelarmering används, se Figur 4.9, får tillåten rotationskapacitet öka ytterligare till $\theta = 12^\circ$.



Figur 4.8 Schematiskt last-deformationssamband för armerad betongbalk. Från UFC, DOD (2008).



Figur 4.9 Särskilt utformad bygelarmering (lacing reinforcement) för att öka deformationsförmågan hos en armerad betongkonstruktion. Från UFC, DOD (2008).

Den principiella korrektheten hos last-deformationssambandet i Figur 4.8 kan ifrågasättas eftersom utseendet hos ett sådant samband ofrånkomligen kommer att variera med konfiguration av armering och betong. De ovan givna rekommendationerna på tillåtna rotationer är således mycket grova och bör snarast betraktas som schablonvärden på tillåtna rotationer. Sammanfattningsvis fås av detta rotationskapaciteter och förhållande spännvidd/deformation, l/u , enligt Tabell 4.5. Jämfört med tillåtna deformationer enligt Eurokod är dessa rotationskapaciteter givmilda, jämför med Figur 4.4.

Tabell 4.5 Tillåten rotationskapacitet θ och förhållande spännvidd/deformation l/u enligt UFC, DOD (2008).

Typ av bygelarmering	θ [°]	θ [10^{-3} rad]	l/u [-]
Ingen	2	35	57
Normal	6 ¹⁾	105	19
Enligt Figur 4.9	12 ¹⁾	210	10

¹⁾ Reducerad inre hävarm, tryckzon i tryckarmering.

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

Materialegenskaperna hos den armering som utgås från i UFC listas i Tabell 4.6 och av detta framgår att de besitter goda seghetsegenskaper. Framförallt armering ASTM A 615 uppvisar en seghetskvot γ som är högre än den segaste armeringstypen, Klass C, i Eurokod 2, se Tabell 4.1.

Tabell 4.6 Definition av armeringstyper i UFC, DOD (2008).

Armeringstyp	f_{sy} [MPa]	f_{su} [MPa]	$\gamma = f_{su}/f_{sy}$ [-]
ASTM A 615 Grade 60	455	620	1,36
ASTM A 706 Grade 60	455	550	1,21 ¹⁾

¹⁾ Enligt UFC har armering av typ 706 större brottöjning än armering av typ 615, vilket anses kompensera tillräckligt för den lägre seghetskvoten.

4.3.4 Cormie *et al.*

I Cormie *et al.* ges anvisningar om tillåten deformationskapacitet som i mångt och mycket liknar de som ges i UFC, se avsnitt 4.3.3. Även här utgås från ett schematiskt last-deformations samband enligt Figur 4.8, dock med något andra gränsvärden för tillåten stödrotation, se Tabell 4.7. En annan skillnad gentemot UFC är introduktionen av begreppet skyddskategori, något som påverkar tillåten rotationskapacitet. Följande rekommendationer ges för indelning av skyddskategorier:

- **Skyddskategori 1:** Skydd av personal och utrustning vid last från en stötvåg samt primära eller sekundära fragment från en fallande struktur.
- **Skyddskategori 2:** Skydd av strukturelement i sig för att motverka kollaps vid last från en stötvåg, t.ex. för att förhindra fortskridande ras.

Tabell 4.7 Tillåten rotationskapacitet θ och förhållande spännvidd/deformation l/u enligt Cormie *et al.* (2009).

Typ av bygelarmering	Skyddskategori	θ [°]	θ [10 ⁻³ rad]	l/u [-]
Ingen	1	1	17	115
Normal	1	2	35	57
Normal	2	4 ¹⁾	70	29
Normal	2	8 ^{1), 2)}	141	14

¹⁾ Reducerad inre hävarm, tryckzon i tryckarmering.

²⁾ Förutsatt att den belastade konstruktionsdelen har sådana randvillkor att den kan utveckla lin- eller membranverkan.

Av Tabell 4.7 kan konstateras att en platta utan bygelarmering automatiskt hamnar i skyddskategori 1 samt att tillåten rotationskapacitet blir så låg att den normalt understiger den som fås enligt Eurokod 2 vid användning av armering av klass C, jämför Figur 4.4.

4.3.5 FKR

De anvisningar som ges i FKR, för beräkning av en konstruktions plastiska deformationsförmåga baseras på uttryck angivna i Bk 25, Fortifikationsförvaltningen (1973a, b). Bakgrunden till dessa uttryck behandlas i sin tur utförligt i Johansson och Laine (2012). I denna härleds uttryck för fall där rotationskapaciteten begränsas av avsliten armering respektive på grund av krossning av tryckt betong. I FKR ges enbart samband som härrör till avsliten armering men nedan återges även uttryck för krossad betong.

För att bestämma brotttyp utgås från en armerad tvärsnitt enligt Figur 4.7, avsnitt 4.3.2, där den mekaniska armeringskvoten kan beräknas som

$$\omega_s = \frac{A_s}{bd} \cdot \frac{f_{st}}{f_{cc}} \quad (4.22)$$

Ett kritiskt värde på den mekaniska armeringskvoten, $\omega_{s,krit}$, kan definieras som

$$\omega_{s,krit} = \frac{0,8 \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s} \quad (4.23)$$

där en kvot lägre än detta resulterar i avslitning av armeringen och en kvot med högre värden än detta medför krossning av betongen. Detta värde motsvarar ett balanserat tvärsnitt på samma sätt som balanserad armeringsmängd i ekvation (4.12) i avsnitt 4.1.2.

Med antagande om att betongkrossning är avgörande, dvs. $\omega_s > \omega_{s,krit}$, kan rotationskapaciteten θ_f i fält beräknas som

$$\theta_f = \frac{0,4\varepsilon_{cu}}{\omega_s} \cdot \left(1 + 0,3 \frac{l}{d}\right) \quad (4.24)$$

och med antagande om att avslitning av armering är avgörande, dvs. $\omega_s < \omega_{s,krit}$, fås att rotationskapaciteten θ_f i fält kan beräknas som

$$\theta_f = \frac{0,4\varepsilon_s}{0,8 - \omega_s} \cdot \left(1 + 0,3 \frac{l}{d}\right) \quad (4.25)$$

För rotationskapacitet θ_s i stöd fås vid brott i betongen att rotationskapaciteten blir

$$\theta_s = \frac{0,4\varepsilon_{cu}}{\omega_s} \cdot \left(1 + \frac{1}{20} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_s + \rho_f} \cdot \frac{l}{d}\right) \quad (4.26)$$

och vid brott i armeringen fås att

$$\theta_s = \frac{0,4\varepsilon_s}{0,8 - \omega_s} \cdot \left(1 + \frac{1}{20} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_s + \rho_f} \cdot \frac{l}{d}\right) \quad (4.27)$$

där ρ_f och ρ_s är armeringsmängd i fält respektive stöd, beräknad som

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad (4.28)$$

Den armeringstjocklek ε_s , som används här avser medeltjockleken över flytledens längd a och sätts i FKR till 80 ‰. Detta värde avser dock egentligen användandet av en äldre, och betydligt segare, armeringstyp (Ks 40) och bedöms därför vara alldeles för högt för den armering som normalt används i Sverige idag (K500). I avsnitt 4.3.2 görs en bedömning att $\varepsilon_s = 20\text{-}30$ ‰ är ett mer rimligt värde att använda, något som också resulterar i att avslitning av armeringen sker ungefär samtidigt som i Eurokod 2, se Figur 4.3 i avsnitt 4.2.1.

5 Tvärkraft

5.1 Stödreaktion

5.1.1 Orientering

Vid statisk belastning finns det ett direkt samband mellan tvärkraft och reaktionskraft. Av denna anledning är det därför naturligt att utgå från stödreaktionen för att skapa sig en uppfattning av maximal tvärkraft i konstruktionen. I avsnitt 5.1.2 och 5.1.3 presenteras två likartade sätt hur stödreaktionen kan bestämmas. Som framgår av avsnitt 5.2 och 5.3 används denna information dock inte nödvändigtvis för att bestämma resulterande tvärkraft.

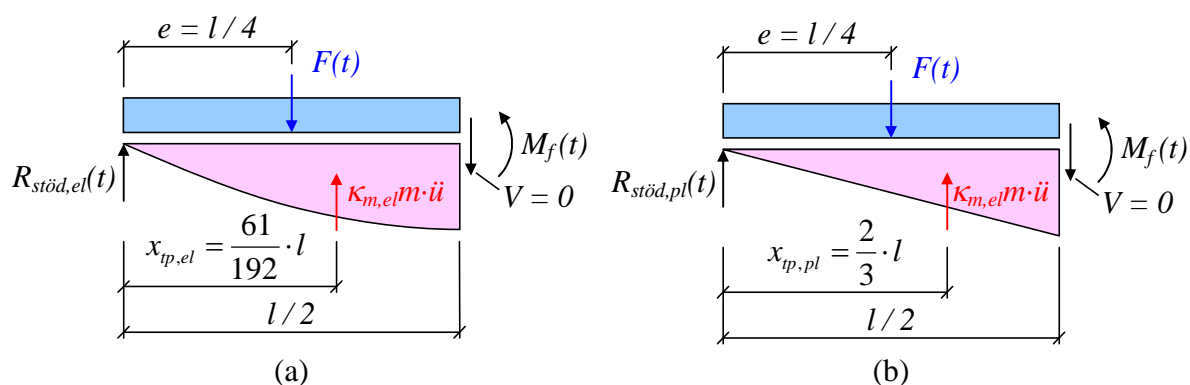
5.1.2 Biggs

Biggs (1964) ställer upp ett dynamiskt jämviktssamband med avseende på moment för att beräkna stödreaktionen $R_{stöd}(t)$ vid en dynamisk respons hos balken, se Figur 5.1. Utgående från detta kan det påvisas att stödreaktionen kan uttryckas som

$$R_{stöd}(t) = \alpha \cdot R(t) + \beta \cdot F(t) \quad (5.1)$$

där α och β är faktorer som beror på utböjningsformen och $R(t)$ samt $F(t)$ är mothållande kraft respektive pålagd last i ett SDOF-system. För en fritt upplagd balk utsatt för en jämnt utbredd last kan, utgående från Figur 5.1, en momentjämvikt för en given tidpunkt t ställas upp kring snitt x_{tp} som

$$R_{stöd}(t) \cdot x_{tp} - \frac{F(t)}{2}(x_{tp} - e) - M_{mitt}(t) = 0 \quad (5.2)$$



Figur 5.1 Dynamiskt jämviktssamband för bestämning av stödreaktionskraft vid (a) elastisk respons, och (b) plastisk respons. Baserad på Biggs (1964).

Utgående från en ekvivalent statisk belastning kan sambandet mellan moment M_{mitt} i fältmitt och mothållande kraft $R(t)$ beskrivas som

$$M_{mitt} = \frac{g \cdot l^2}{8} = [R = q \cdot l] = \frac{R \cdot l}{8} \quad (5.3)$$

Insatt i ekvation (5.2) ger detta följande samband

$$R_{stöd}(t) = \frac{l}{8x_{tp}} \cdot R(t) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{e}{x_{tp}} \right) \cdot F(t) \quad (5.4)$$

vilket kan skrivas om på formen enligt ekvation (5.1) där

$$\alpha = \frac{l}{8x_{tp}} \quad (5.5)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{e}{x_{tp}} \right) \quad (5.6)$$

I Figur 5.1 visas jämviktssamband för en fritt upplagd balk med jämnt utbredd last vid elastisk samt plastisk respons. Med dessa värden insatta i ekvation (5.5) och (5.6) fås för elastisk respons

$$\alpha_{el} = \frac{192}{8 \cdot 61} = 0,393 \quad (5.7)$$

$$\beta_{el} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{192}{4 \cdot 61} \right) = 0,107 \quad (5.8)$$

samt för plastisk respons

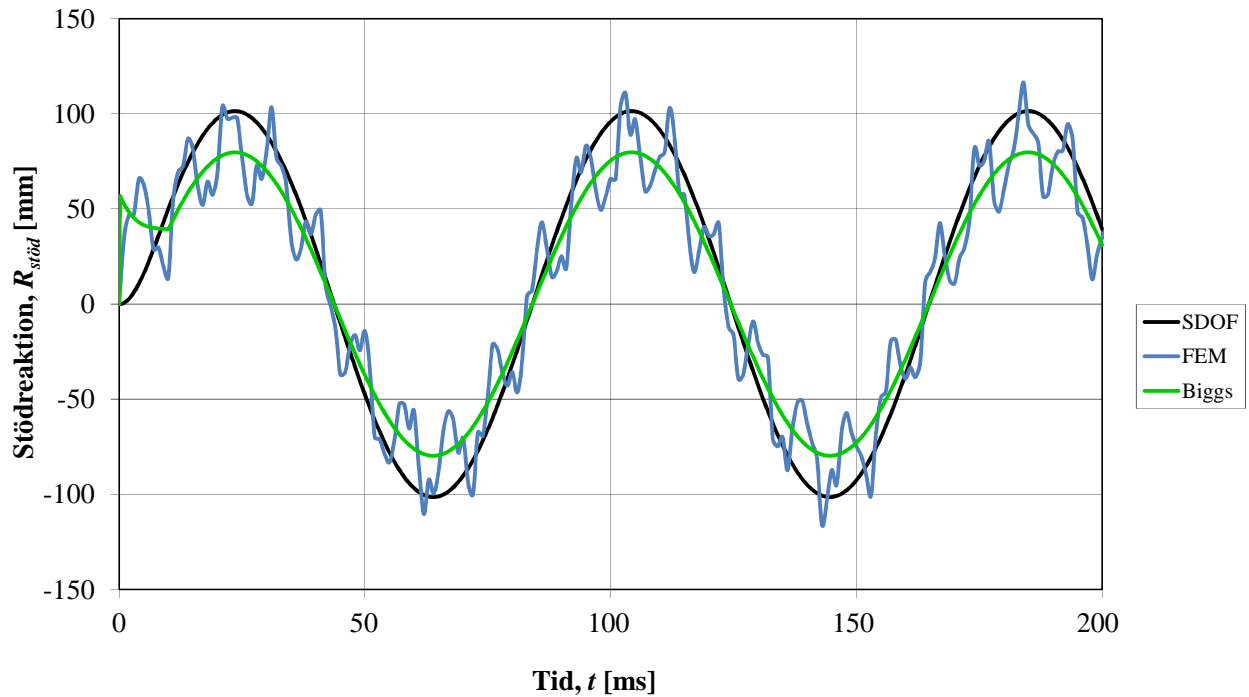
$$\alpha_{pl} = \frac{3}{8} = 0,375 \quad (5.9)$$

$$\beta_{pl} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{3}{4} \right) = 0,125 \quad (5.10)$$

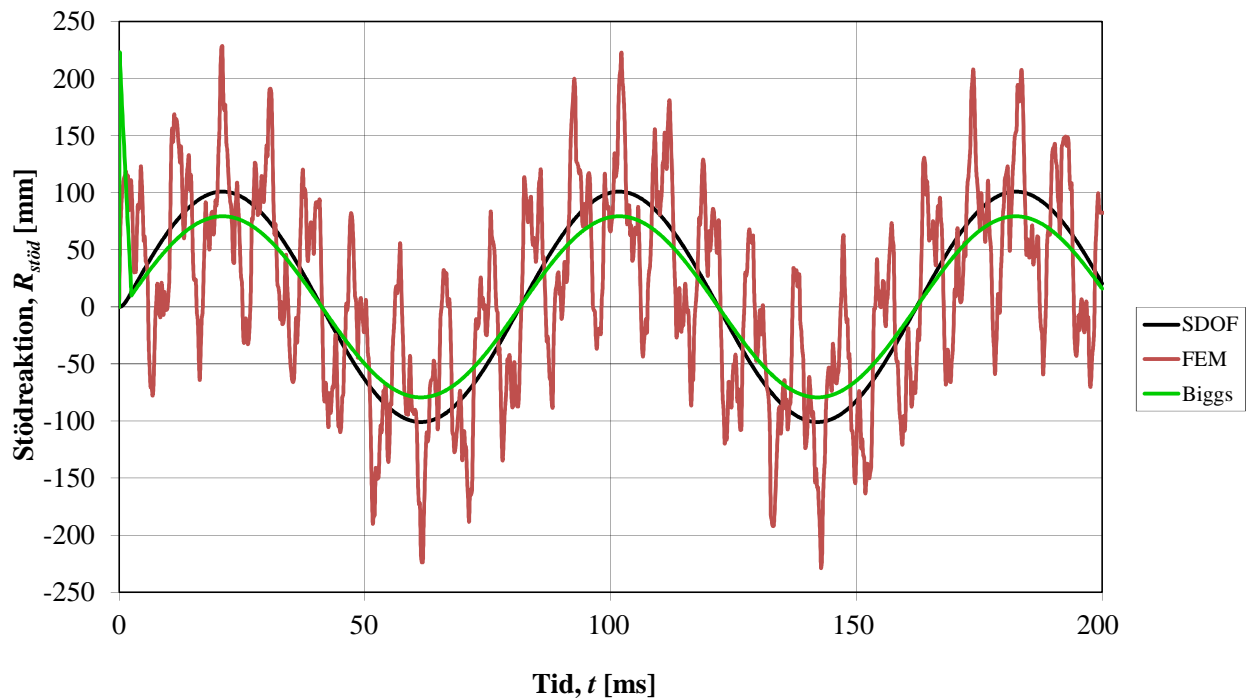
På motsvarande sätt kan värden på α och β beräknas för varierande randvillkor och lastplaceringar.

Används värden på α och β enligt ekvation (5.9) respektive (5.10) i kombination med ekvation (5.1) kan stödreaktionen $R_{stöd}$ beräknas för Last 1 och Last 2. Resultande stödreaktioner jämförs i Figur 5.2 respektive Figur 5.3. Som jämförelse visas i dessa figurer även stödreaktionen så som den tidigare presenterats i Figur 2.4. Av detta framgår att den stödreaktion $R_{stöd}(t)$ som förutspås via Biggs stämmer bättre med FEM än det uttryck för SDOF som baseras på en ekvivalent statisk last enligt ekvation (2.7). Av Figur 5.3 framgår dock även att Biggs uttryck överskattar den initiala stödreaktionen som beror på termen $\beta \cdot F(t)$ när den impulslasten är tillräckligt intensiv, dvs. ett högt tryck kombinerat med en kort varaktighet.

Beräkning av impulsbelastad konstruktion



Figur 5.2 Stödreaktion hos balk i Figur 2.2 (elastisk respons), beräknat med SDOF, FEM samt enligt Biggs för Last 1 enligt Figur 2.3.



Figur 5.3 Stödreaktion hos balk i Figur 2.2 (elastisk respons), beräknat med SDOF, FEM samt enligt Biggs för Last 2 enligt Figur 2.3.

5.1.3 FKR

I FKR anges tvärkraften som en direkt funktion av den dynamiska stödreaktionen, se avsnitt 5.4. Det uttryck för stödreaktion som anges i FKR baseras dock på anvisningar enligt Svedbjörk (2010) och skiljer sig något från de som beskrivs av Biggs i avsnitt 5.1. Här utgås istället från en vertikal kraftjämvikt för balken i Figur 5.1. Denna kan allmänt skrivas som

$$R_{stöd}(t) - \int_0^x p(x,t)dx - V(x,t) + \int_0^x m'(x)\ddot{u}(x,t)dx = 0 \quad (5.11)$$

och för en jämnt utredd last som verkar på en balk med konstant massa m' per längdenhet fås i snitt $x = l/2$ att

$$V\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \quad u\left(\frac{l}{2}\right) = u_s \quad m'(x) = m' \quad p(x) = p \quad (5.12)$$

vilket insatt i ekvation (5.11) ger att

$$R_{stöd}(t) - \frac{p(t) \cdot l}{2} + \frac{m' \cdot l}{2} \int_0^{l/2} \ddot{u}(x,t)dx = 0 \quad (5.13)$$

Det kan dock visas, se exempelvis Johansson och Laine (2013), att transformationsfaktorn

$$\kappa_F = \frac{1}{u_s} \int_0^{l/2} u(x)dx = \frac{1}{\ddot{u}_s} \int_0^{l/2} \ddot{u}(x)dx \rightarrow \kappa_F \cdot \ddot{u}_s = \int_0^{l/2} \ddot{u}(x)dx \quad (5.14)$$

vilket tillsammans med

$$F(t) = p(t) \cdot l \quad (5.15)$$

och

$$m = m' \cdot l \quad (5.16)$$

gör att ekvation (5.13) kan skrivas som

$$2R_{stöd}(t) = F(t) - \kappa_F \cdot m\ddot{u}_s \quad (5.17)$$

Detta uttryck kombineras sedan med den för den dynamiska grundekvationen i ekvation (2.1), dvs.

$$m\ddot{u}_s(t) + R(t) = F(t) \quad (5.18)$$

Transformerar balken till ett enfrihetsgradssystem, se dokument B103-101, fås av detta

$$\kappa_m \cdot m\ddot{u}_s(t) + \kappa_F \cdot R(t) = \kappa_F \cdot F(t) \quad (5.19)$$

Tillsammans med ekvation (5.17) ger detta att

$$\frac{\kappa_m}{\kappa_F} [F(t) - 2R_{stöd}(t)] + \kappa_F \cdot R(t) = \kappa_F \cdot F(t) \quad (5.20)$$

ur vilket ett uttryck för stödreaktionen kan lösas ut som

$$R_{stöd}(t) = \frac{1}{2} \left[\frac{\kappa_F^2}{\kappa_m} \cdot R(t) + \left(1 - \frac{\kappa_F^2}{\kappa_m} \right) \cdot F(t) \right] \quad (5.21)$$

Liksom för uttryck enligt Biggs, se avsnitt 5.1, är detta på formen

$$R_{stöd}(t) = \alpha_{FKR} \cdot R(t) + \beta_{FKR} \cdot F(t) \quad (5.22)$$

men med andra faktorer:

$$\alpha_{FKR} = \frac{\kappa_F^2}{2 \cdot \kappa_m} \quad (5.23)$$

$$\beta_{FKR} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\kappa_F^2}{\kappa_m} \right) \quad (5.24)$$

För en fritt upplagd balk utsatt för en jämnt utbredd last gäller enligt dokument B03-101 vid elastisk respons att

$$\kappa_{F,el} = 0,640 \quad \kappa_{m,el} = 0,504 \quad (5.25)$$

och för plastisk respons att

$$\kappa_{F,pl} = 0,500 \quad \kappa_{m,pl} = 0,333 \quad (5.26)$$

Insatt i ekvation (5.23) och (5.24) ger detta för elastisk respons att

$$\alpha_{FKR,el} = 0,406 \quad \beta_{FKR,el} = 0,094 \quad (5.27)$$

och för plastisk respons att

$$\alpha_{FKR,pl} = 0,375 \quad \beta_{FKR,pl} = 0,125 \quad (5.28)$$

En jämförelse med α - och β -värden enligt Biggs, se avsnitt 5.1.2, visar att det råder en liten skillnad mellan dessa för elastisk respons men att de är exakt desamma vid plastisk respons. Värdet $\alpha_{FKR,el} = 0,406$ återfinns också i Figur 2.8 för respons i FEM med enbart 1 mod om det beaktas att

$$\frac{R_{stöd,FEM}}{R_{stöd,SDOF}} = \frac{\alpha_{FKR,el}}{\alpha_{ekvlast}} = \frac{0,406}{0,500} = 0,81 \quad (5.29)$$

Detta pekar också på att uttryck enligt FKR, ekvation (5.21), är mer korrekt än det som fås enligt Biggs.

5.2 UFC

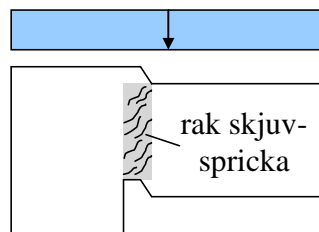
I UFC hänvisas till Biggs (1964) för bestämning av aktuell stödreaktion i en struktur. Denna kraft används dock inte på något sätt för att kontrollera tvärkraften utan används istället enbart för att beskriva den last som går vidare in i den stödjande konstruktionen. I UFC beräknas dimensionerande tvärkraft istället utgående från en ekvivalent statisk last. Aktuell tvärkraft bestäms därefter med beaktande av en sned skjvspricka med vinkel 45° medan konstruktionens tvärkraftskapacitet bestäms som summan av betongens kapacitet samt kapacitet från eventuella armeringsbyglar. Vid användning av byglar anges att centrumavståndet begränsas till

$$s_{\max} \leq \min \begin{cases} 0,5 \cdot d \\ 610 \text{ mm} \end{cases} \quad (5.30)$$

I UFC beaktas även en så kallad rak skjvspricka (*direct shear*), vilket innebär en skjvspricka vinkelrätt konstruktionens utsträckning som uppstår nära stöd så som schematiskt visas i Figur 5.4, se även Andersson och Karlsson (2012). Dimensionering av ett sådant tvärkraftsbrott görs mot den stödreaktion som fås för en ekvivalent statisk last. Konstruktionens tvärkraftskapacitet bestäms som summan av betongens kapacitet och kapacitet från sneda armeringsbyglar. Betongens tvärkraftskapacitet mot rak skjvspricka beräknas som

$$V_{Rd,c,ds} = 0,16 \cdot b \cdot d \cdot f_c \quad (5.31)$$

där b är bredd, d är effektiv höjd och f_c är betongens tryckhållfasthet. Betongens kapacitet mot raka skjvsprickor gäller enbart om utnyttjad rotationskapacitet $\theta \leq 2^\circ$ eller om konstruktionen är fritt upplagd. För $\theta > 2^\circ$, eller om tvärsnittet är draget, blir betongens bidrag till tvärkraftskapaciteten dock noll, varvid all tvärkraft istället behöver tas av sneda byglar.



Figur 5.4 Schematisk illustration av rak skjvspricka (*direct shear*) nära stöd.

5.3 Cormie *et al.*

I Cormie *et al.* ges anvisningar som är mycket lika de som ges i UFC, se avsnitt 5.2, dock med en anpassning till vad som anges i Eurokod 2. Dimensionerande tvärkraft beräknas utgående från en ekvivalent statisk last där kritiskt snitt väljs med beaktande av en sned skjvspricka med vinkel 45° . Konstruktionens tvärkraftskapacitet bestäms som betongens kapacitet eller kapacitet från eventuella armeringsbyglar i enlighet med Eurokod 2. Vid beräkning av byglarnas tvärkraftskapacitet kan en flackare vinkel än 45° användas, dvs. ett val som inte är konsekvent med placering av kritiskt snitt. Vid användning av byglar anges i Cormie *et al.* även att centrumavståndet begränsas till

$$s_{\max} \leq 0,5 \cdot d \quad (5.32)$$

vilket kan jämföras med $s_{\max} \leq 0,75 \cdot d$ som är det normala värdet vid statisk belastning.

Dimensionering med hänsyn till en rak skjvspricka (*direct shear*) görs mot den stödreaktion som fås för en ekvivalent statisk last där konstruktionens tvärkraftskapacitet bestäms av betongens kapacitet eller kapacitet från sneda armeringsbyglar. Betongens tvärkraftskapacitet mot rak skjvspricka beräknas som

$$V_{Rd,c,ds} = 0,25 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot b \cdot d \cdot f_c \quad (5.33)$$

där b är bredd, d är effektiv höjd och f_c är betongens tryckhållfasthet. Betongens kapacitet mot raka skjvsprickor gäller enbart om utnyttjad rotationskapacitet $\theta \leq 2^\circ$ eller om konstruktionen är fritt upplagd. Om $\theta > 2^\circ$ sätts betongens bidrag till tvärkraftskapaciteten till noll, varvid all tvärkraft istället behöver tas av sneda byglar. Någon anvisning om hur ett draget tvärsnitt ska behandlas, så som finns i UFC, ges inte. Dock framgår att en minimiarmering, i form av sneda byglar, enligt Eurokod 2 ska läggas in även om betongens tvärkraftskapacitet är tillräcklig. I ett beräknings-exempel som redovisas framgår att denna minimiarmering även läggs in i plattor, trots att det i Eurokod 2 inte finns krav på detta i den typen av konstruktioner.

5.4 FKR

Anvisningarna om tvärkraft i FKR skiljer sig på flera sätt mot de som ges i UFC eller Cormie *et al.* i avsnitt 5.2 respektive avsnitt 5.3. I FKR kontrolleras tvärkraften för två skeden – det initiala elastiska utböjningsskedet samt det efterföljande plastiska utböjningsskedet.

Dimensionerande tvärkraft antas verka på ett skjuvavstånd a_τ från stöd och beräknas som

$$V_{Ed} = 0,5 \cdot k_v \cdot R_{stöd} \quad (5.34)$$

där $R_{stöd}$ är stödreaktion enligt avsnitt 5.1.3 och k_v är en faktor som anger stödreaktionens fördelning motsvarande den som fås vid en statisk last med samma lastuppställning ($k_v = 0,5$ för en fritt upplagd balk). För ett fritt upplagt stöd beräknas skjuvavståndet som

$$a_{\tau} = \left(0,025 + 0,25 \cdot \sqrt{\frac{q}{P_1}} \right) \cdot l \quad a_{\tau} \leq 0,25 \cdot l \quad (5.35)$$

för ett fast inspänt stöd som

$$a_{\tau} = \left(0,010 + 0,35 \cdot \sqrt{\frac{q}{P_1}} \right) \cdot l \quad a_{\tau} \leq 0,25 \cdot l \quad (5.36)$$

där q är ekvivalent statisk last, P_1 är maximal trycklast enligt Figur 2.3 och l är konstruktionens längd.

Konstruktionens tvärkraftskapacitet bestäms som betongens kapacitet $V_{Rd,c}$ (beror bland annat på skjuvavståndet a_{τ}) med ett förhållandevis komplext tillskott (baserat på stödreaktion $R_{stöd}$, förhållandet mellan $V_{Rd,c} / V_{Ed}$ samt skjuvavstånd a_{τ}) från eventuella armeringsbyglar. Vid användning av byglar ska dessa fördelas jämnt över en längd l_{τ} från stöd som är proportionellt mot skjuvavståndet a_{τ} . Byglarnas bidrag samt erforderlig längd över vilka de ska fördelas skiljer sig vid elastisk och plastisk respons – tätare armering på kort sträcka vid elastisk respons och glesare armering på längre sträcka vid plastisk respons. Även om det inte explicit uttrycks så i FKR så motsvarar i princip längden l_{τ} den sträcka som en tänkt skjuvspricka sträcker sig över, dvs. skjuvsprickans vinkel varierar och beräknas från fall till fall. Över denna längd begränsas byglarnas maximala centrumavstånd till

$$s_{\max} \leq 0,5 \cdot d \quad (5.37)$$

vid en elastisk respons och till

$$s_{\max} \leq 0,75 \cdot d \quad (5.38)$$

vid en plastisk respons.

Någon särskild dimensionering med hänsyn till en rak skjuvspricka (*direct shear*) görs inte i FKR. Dock finns ett krav mot att maximal tvärkraft vid stöd inte får överstiga

$$V_{Rd,\max} = 0,25 \cdot b \cdot d \cdot f_c \quad (5.39)$$

där b är bredd, d är effektiv höjd och f_c är betongens tryckhållfasthet. Detta uttryck motsvarar kontroll mot så kallad livtryckbrott, dvs. att krossning av sned trycksträva inte inträffar, och har samma form som det som används i UFC och Cormie *et al.* för betongens kapacitet gentemot rak skjuvspricka, se ekvation (5.31) och (5.33).

6 Beräkningsanvisningar

6.1 Orientering

I detta kapitel ges ett sammanställande resonemang baserat på ovan presenterad information och som ett resultat av detta ges slutligen en rekommendation i inringad text om hur aktuell företeelse bör hanteras.

6.2 Moment

6.2.1 Momentkapacitet

Metoderna för att bestämma momentkapaciteten är likvärdiga i samtliga de beräkningsanvisningar som berörs i detta dokument. UFC och Cormie *et al.* skiljer sig visserligen något, i den meningen att de även beaktar fall där delar av betongens tryckzon fallit bort vid stora plastiska deformationer hos konstruktionen, men beräkningskoncepten är fortfarande desamma.

Anvisningar för maximalt tillåtna böjarmeringsmängder skiljer sig dock en del mellan undersökta referenser. Lägst armeringsmängd tillåts i FKR som begränsar den till 0,5 %, UFC tillåter omkring 1,5 % för ett normalt fall medan Eurokod 2, för samma fall, medger en armeringsmängd på cirka 2,8 %. Som framgår av avsnitt 4.3.2 så medför den högre armeringsmängden i Eurokod 2 dock även en minskad rotationskapacitet, något som inte beaktas i UFC eller Cormie *et al.*

Baserat på detta konstateras att tillåten momentkapacitet kan beräknas i enlighet med Eurokod 2 samt att de anvisningar om maximal armeringsmängd som ges däri förblir lämpliga att använda även för impulsbelastade konstruktioner.

6.2.2 Avkortning

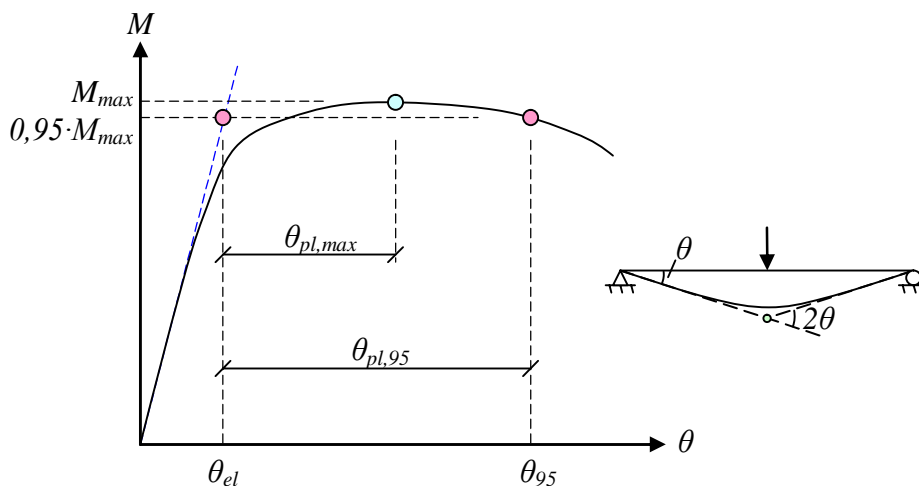
Allmänt gäller att avkortning bör undvikas i impulsbelastade konstruktioner. Både i Cormie *et al.* och FKR ges dock öppningar för att i givna situationer bruka avkortning. Den bakomliggande orsaken till att avkortning bör undvikas är inte helt klar men av häri utförd genomgång framgår att möjliggörandet att använda linverkan är ett syfte med att inte tillåta avkortning. En annan möjlig orsak är osäkerheten i vilken inverkan en avvikande momentfördelning, från en impulslast, får om avkortningen har gjorts gentemot en momentfördelning baserad på en ekvivalent statisk last. I avsnitt 4.2.1 redogörs för en begränsad undersökning av detta, av vilken det framgår att en avvikelse i momentfördelning mellan dynamisk och statisk last inte nödvändigtvis behöver få några påtagliga konsekvenser.

Baserat på detta bedöms det vara godtagbart att tillåta avkortning av böjarmering i normala civila konstruktioner samt att en sådan kan göras utgående från momentfördelning baserat på ekvivalenta statiska laster. För konstruktioner vars primära syfte dock är att motstå last från en impulslast, t.ex. ett skyddsrum eller en militär försvarsanläggning, så anses det dock fortfarande vara befogat att helt undvika avkortning.

6.2.3 Rotationskapacitet

Redovisade metoder för bestämning av tillåten rotationskapacitet skiljer sig betänkligt mellan häri behandlade referenser, där gränsvärden enligt Eurokod 2 är de mest konservativa. I UFC och Cormie *et al.* ges möjlighet för till synes givmilda gränsvärden för tillåten rotationskapacitet. För de högsta gränsvärdena krävs dock även speciella bygelutformningar som inte är rimliga att använda i civila konstruktioner. Oavhängigt detta uppfattas dock den metod som används i dessa båda referenser som påtagligt förenklad och med otillfredsställande koppling till responsen i en flytled hos en armerad betongkonstruktion. Denna koppling är märkbart tydligare i de metoder som presenteras i FKR och Eurokod 2 – särskilt den bakomliggande modellen i FKR är ingenjörsmässigt attraktiv eftersom det är möjligt att till betydande delar härleda hur den tagits fram. I jämförelse med gränsvärden i Eurokod 2 är dock tillåten rotationskapacitet enligt FKR förhållandevis liberal.

En möjlig orsak till skillnad i tillåtna rotationskapaciteter mellan Eurokod 2 och övriga referenser är att den förra baseras på statisk last, företrädesvis bestående av en eller två punktlaster, medan de senare stämts av mot försök på konstruktioner utsatta för impulslast. En annan orsak kan vara hur tillåten rotationskapacitet har definierats, se Figur 6.1. För en statiskt belastad konstruktion kan det vara relevant att i sin definition av rotationskapacitet enbart beakta den del $\theta_{pl,max}$ som innefattas upp till ett maximalt moment M_{max} . För en impulsbelastad konstruktion är det dock inte tillåten rotationskapacitet upp till maximalt moment som är av vikt utan snarare tillåten storlek på den totala rotationen. För ett sådant fall blir det därför mer relevant att beakta den del $\theta_{pl,95}$ som även innefattar vad som händer efter det att maximalt moment uppnåtts.



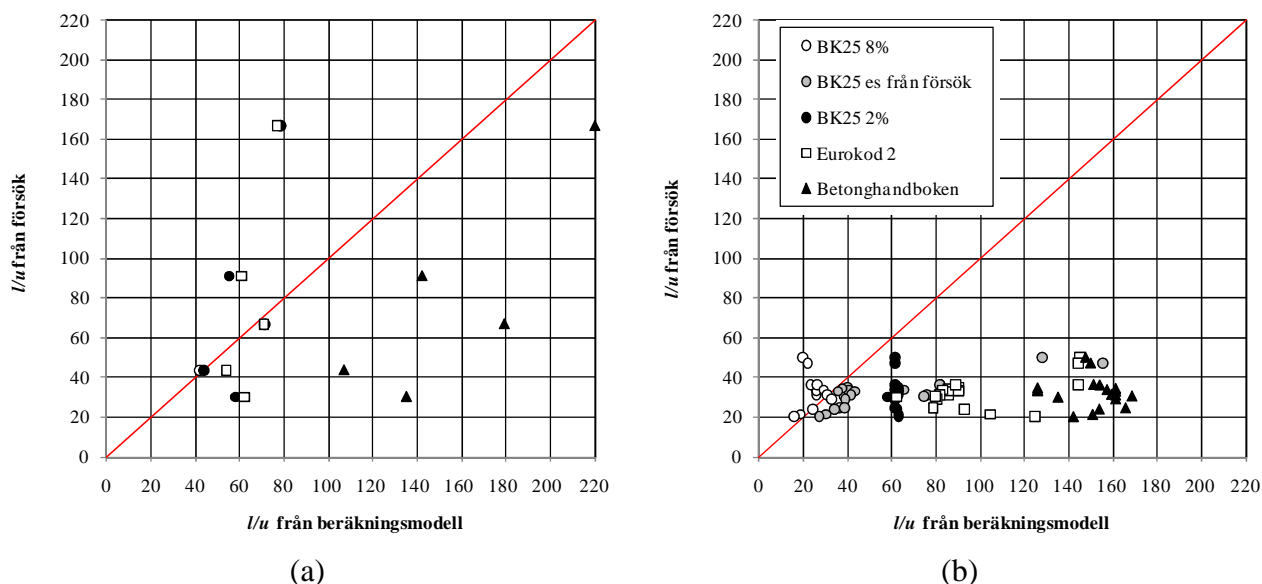
Figur 6.1 Schematisk illustration av olika definitioner av plastisk rotationskapacitet θ_{pl} .

En ytterligare rimlig orsak till avvikelser mellan olika metoder är olika mekaniska egenskaper hos ingående armering. Den armering som förutsätts i UFC och FKR har märkbart bättre seghets-egenskaper än den armering som används i Sverige idag. En effekt av detta har möjligen redan beaktats approximativt i Cormie *et al.* (vilken utgår från samma typ av armering som förutsätts i Eurokod 2) eftersom de gränsvärden som anges där är lägre än vad som ges i UFC som är dess underliggande referens. Hur en sådan eventuell utvärdering har gjorts är dock oklar och beaktas här enbart som ytterligare en signal på att den nuvarande amerikanska armeringen har bättre seghets-egenskaper än den europeiska.

Den rotationskapacitet som fås via Eurokod 2 är den mest konservativa av de undersökta referenserna. Detta trots att dessa jämförelser har utförts med en tolkning som ger en dubbelt så hög rota-

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

tionskapacitet än vad som faktiskt anges i Eurokod 2, se avsnitt 4.3.2. I detta avsnitt argumenteras dock även för att den gjorda tolkningen är rimlig. Denna tolkning, vilken genomgående används i samtliga de dokument som behandlar impulsbelastade konstruktioner som utgivits av MSB, bedöms också vara korrekt och används därför även fortsättningsvis av MSB. Trots detta är det högst rimligt att de rotationskapaciteter som anges i Eurokod 2 fortfarande är förhållandevis konservativa, se jämförelse i Figur 6.2, och att en högre grad av liberalism, än vad Eurokod 2 medger, är möjligt.



Figur 6.2 Jämförelse mellan beräknad rotationskapacitet u/l och försök för balkar provade på (a) Chalmers, och (b) KTH. Baserad på Johansson och Laine (2012).

Baserat på detta konstateras att tillåten rotationskapacitet baseras på Eurokod 2, dock med den ändringen att definition av rotationsvinkel görs i enlighet med Figur 4.6. Detta ger en dubbel så stor rotationskapacitet än den som fås om definition enligt Eurokod 2 används och är den definition som används i de av MSB utgivna dokument som behandlar impulsbelastade konstruktioner.

6.2.4 Avvikelse mellan SDOF och FEM vid elastisk respons

Av momentkvot i Figur 2.7 samt momentenvelop i Figur 2.9, avsnitt 2.2.1 respektive avsnitt 2.2.2, framgår att momentet som erhålls från FEM kan skilja sig drastiskt mot vad som predikteras i en SDOF-modell. För en elastisk respons fås en skillnad i både maximalt värde som i den resulterande momentenvelopens form. För en plastisk respons (visas ej här) begränsar sig dock skillnaden endast till momentenvelopens form eftersom det maximala momentvärdet där, per definition, blir det samma som momentkapaciteteten.

För en konstruktion som inte tillåter plastisk omlagring, t.ex. en förspänd betongbalk, en träbalk eller en stålbalk i tvärsnittsklass 2 eller högre, innebär denna avvikelse således en uppenbar risk att ett överskridande av tillåten momentkapacitet kan fås. Det kan argumenteras att om överskridandet är förhållandevis litet, säg 10-20 %, så kan detta ändå vara acceptabelt eftersom den varaktighet som överskridandet sker på är så kort samt att materialhållfastheten ökar vid snabb belastning. Om överskridandet dock är stort, säg över 50 %, så blir det dock svårare att generellt motivera ett sådant resonemang.

Med anledning av detta är det önskvärt att åtminstone ha en uppfattning av när en given konstruktion riskerar få ett överskridande av momentkapaciteten som är oacceptabelt stort. Därmed blir det också möjligt att vid behov beakta en sådan avvikelse i SDOF-modellen genom att modifiera framtagna ekvivalent statisk last med en lämplig lastfaktor. Avvikelsen i momentkurvas form är förmodligen av sekundär betydelse för en konstruktion med elastisk respons eftersom ändringen av det verkande momentet normalt är större än ändringen i momentkapacitet. Detta blir särskilt sant om en lastfaktor enligt ovan används för att approximativt beakta stora avvikelser på moment i FEM och SDOF.

Av Figur 2.7 framgår hur mycket det maximala momentet, erhållet med FEM, ökar jämfört med moment erhållet från en SDOF-modell. Så som påvisas i avsnitt 2.2.1 beror denna avvikelse dock framförallt på oscillationer från högre ordningens moder, vilket innebär att det handlar om överskridanden som är korta i tiden samt följs av ungefär lika korta underskridanden av samma storleksordning. Baserat på detta kan det därför argumenteras för att erhållna överskridanden inte är så allvarliga som de först kan tyckas vara. Dock kan det fortfarande synas rimligt att inte helt bortse från denna avvikelse och därför införa någon form av förstoringfaktor η_M på det från SDOF resulterande momentet för de fall där avvikelsen bedöms vara för stor. Det dimensionerande momentet M_{sd} för en konstruktion med elastisk respons skulle i ett sådant fall beräknas som

$$M_{sd} = \eta_M \cdot M_{SDOF} \quad (6.1)$$

där M_{SDOF} är moment beräknat från SDOF enligt ekvation (2.6).

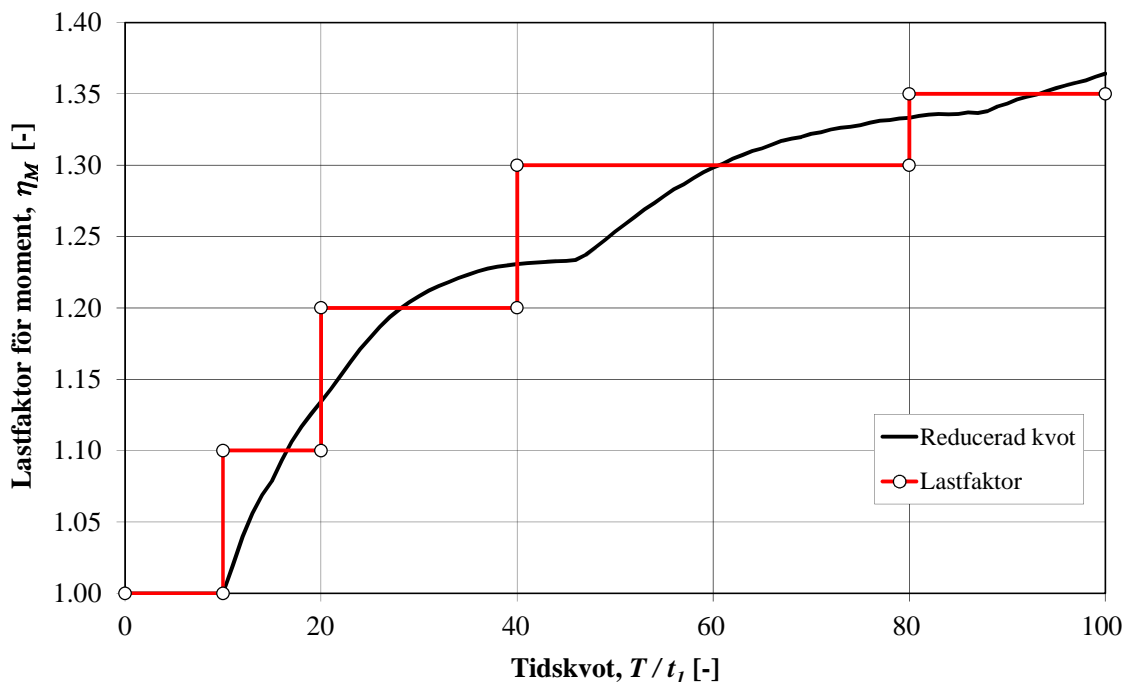
Här bedöms det vara acceptabelt med ett momentöverskridande på 20 % utan att någon särskild åtgärd införs. Detta motsvarar att lastsituationer som motsvarar tidskvoten $T/t_1 \leq 10$ inte resulterar i någon lastökning. För högre värden på tidskvoten fås dock en förstoringfaktor $\eta_M > 1,0$. I Tabell 6.1 och Figur 6.3 ges ett förslag på hur en sådan lastfaktor η_M , med avseende på moment, skulle kunna se ut. Här har bakomliggande värden (reducerad kvot) beräknats som

$$\eta_M = \frac{1}{1,2} \cdot \frac{M_{FEM}}{M_{SDOF}} \quad (6.2)$$

där momentkvot M_{FEM}/M_{SDOF} fås från fall med alla moder i Figur 2.7.

Tabell 6.1 Förstoringsfaktor η_M som föreslås för uppräknings av dimensionerande moment hos konstruktion, med elastisk respons, utsatt för en jämnt utbredd last, se ekvation (6.1). För en konstruktion med plastisk respons är $\eta_M = 1,0$.

T/t_1 [-]	η_M [-]
0 – 10	1,0
(10) – 20	1,1
(20) – 40	1,2
(40) – 80	1,3
> 80	1,35



Figur 6.3 Föreslagen lastfaktor enligt Tabell 6.1 för konstruktion med elastisk respons som utsätts för en jämnt utbredd last. För en konstruktion med plastisk respons är $\eta_M = 1,0$.

Baserat på ovanstående föreslås att impulsbelastade konstruktioner, som begränsas till elastisk respons samt beräknas med hjälp av SDOF, bör modifiera dimensionerande moment i enlighet med ekvation (6.1) och Tabell 6.1.

6.3 Tvärkraft

6.3.1 Dimensionerande tvärkraft

Jämförelsen i avsnitt 5.1.2 visar att den stödreaktionen som fås i en impulsbelastad konstruktion skiljer sig mot den som fås med motsvarande ekvivalenta statiska last. Baserat på Biggs lanseras en stödreaktion, baserad på dynamisk jämvikt, vilken kan uttryckas på formen

$$R_{stöd}(t) = \alpha \cdot R(t) + \beta \cdot F(t) \quad (6.3)$$

där $\alpha \approx 0,4$ och $\beta \approx 0,1$ för en fritt upplagd balk. Detta kan jämföras med stödreaktionen vid en ekvivalent statisk last som blir $\alpha = 0,5$ och $\beta = 0,0$. Dvs. för en stödreaktion baserad på statisk jämvikt överskattas faktorn α med omkring 25 % jämfört med vad som fås om den istället baseras på en dynamisk jämvikt. Eftersom responsen hos en impulsbelastad konstruktion i högsta grad är dynamisk kan det därför argumenteras för att det är mer korrekt att basera stödreaktionen, och därmed även tvärkraften, på en dynamisk jämvikt där $\alpha \approx 0,4$. Utförda jämförelser visar dock även att

$$R_{stöd,max} \approx 0,5 \cdot R_{max} \quad (6.4)$$

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

tenderar att stämma förhållandevis bra förutsatt att impulslasten inte är alltför intensiv, dvs. att det bidrag i tvärkraft som fås av aktiverade högre moder i stort sätt täcks in på ett tillfredsställande sätt när faktorn $\alpha = 0,5$. För impulslast med stor intensitet är så dock inte längre fallet – i Figur 2.8 framgår att kvoten $R_{stöd,FEM} / R_{stöd,SDOF} < 1,25$ när $T / t_l \leq 10$.

Utförd litteraturgenomgång visar dock att dimensionerande tvärkraft inte nödvändigtvis utgår från stödreaktionen utan på ekvivalent statisk last. Något resonemang om varför så är fallet presenteras inte men en tänkbar orsak är att de avvikelser som fås mellan SDOF och FEM anses vara acceptabla eftersom varaktigheten hos resulterande överskridanden har en mycket kort varaktighet samt att de följs av lika korta underskridanden av samma storleksordning. Därmed kan det möjligen hävdas att dessa oscillationer sammantaget har liten inverkan på den dimensionerande tvärkraften. En utförligare undersökning av detta vore önskvärt men baserat på här genomgått referensmaterial bedöms det i nuläget vara acceptabelt att basera dimensionerande tvärkraft på ekvivalent statisk last.

Förutom att det finns en avvikelse i maximal tvärkraften mellan FEM och SDOF så kan det även konstateras att tvärkraftens fördelning över balkens längd hos en impulsbelastad konstruktion skiljer sig från vad som fås för en statiskt belastad konstruktion. Därmed är det också rimligt att formen på den resulterande tvärkraftsfördelningen inte följer den som fås för en ekvivalent statisk last. Baserat på dynamisk jämvikt enligt avsnitt 5.1.3 är det möjligt att härleda (visas ej här) att tvärkraften, vid plastisk respons, hos en fritt upplagd balk utsatt för en jämnt utbredd last kan uttryckas som

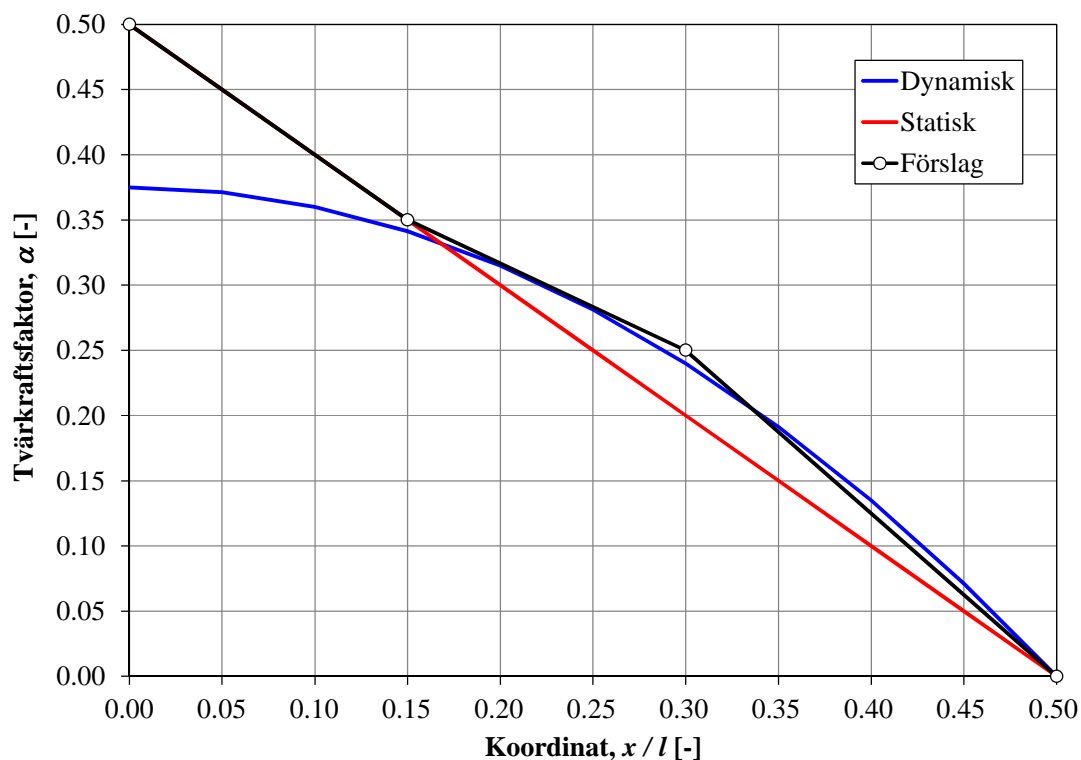
$$V(x,t) = \frac{\kappa_F^2}{\kappa_m} \cdot \left[\frac{1}{2} - 2\gamma^2 \right] \cdot R(t) + \left[\left(\frac{1}{2} - \gamma \right) - \left(\frac{1}{2} - 2\gamma^2 \right) \cdot \frac{\kappa_F^2}{\kappa_m} \right] \cdot F(t) \quad \gamma = \frac{x}{l} \leq 0,5 \quad (6.5)$$

där x anger koordinat utefter balkens längd l . Av detta framgår att tvärkraftsfördelningen har en parabelformad form snarare än ett linjärt avtagande, vilket är fallet vid en statisk jämvikt. Baserat på detta föreslås att en tvärkraftsfaktor α enligt Tabell 6.2 används för beräkning av aktuell tvärkraftsfördelning. En jämförelse av tvärkraftsfördelning vid dynamisk och statisk jämvikt, samt förslag enligt Tabell 6.2, ges i Figur 6.4.

Tvärkraftsfaktorn α i Tabell 6.2 och Figur 6.4 baseras på en balk med symmetriska randvillkor samt plastisk respons. Approximativt kan dessa anvisningar dock även användas vid elastisk respons. Vid osymmetriska randvillkor, till exempel fritt upplagd på ena sidan och fast inspänd på andra, behöver en anpassning av α göras genom att anpassa läget x/l för $\alpha = 0$ till den punkt där tvärkraften, för motsvarande statiska belastningssituation, blir noll.

Tabell 6.2 *Tvärkraftsfaktor α som föreslås användas för beräkning av tvärkraftsfördelning över balk med plastisk respons, utsatt för en jämnt utbredd last.*

x/l [-]	α [-]
0,00	0,50
0,15	0,35
0,30	0,25
0,50	0,00



Figur 6.4 Jämförelse av tvärkraftsfördelning över balk med plastisk respons, utsatt för en jämnt utbredd last. Föreslagna värden enligt Tabell 6.2.

Baserat på detta bedöms det vara en tillräcklig approximation att basera den maximala stödreaktionen på aktuell ekvivalent statisk last, ett förfarande som också stöds av den metodik som används i UFC samt Cormie *et al.* Den dimensionerande tvärkraften baseras dock på en kombination av tvärkraftens fördelning över konstruktionen samt lutning hos kritisk skjuvspricka. För att beakta inverkan av dynamisk respons föreslås en modifierad tvärkraftsfördelning enligt Figur 6.4 medan val av kritiskt snitt görs i enlighet med Eurokod 2. Vid utnyttjande av byglar ska val av skjuvvinkel dock göras med hänsyn till restriktion enligt avsnitt 6.3.2.

6.3.2 Tvärkraftskapacitet

I Eurokod 2 baseras betongens tvärkraftskapacitet på en skjuvspricka med lutning $\theta = 45^\circ$. När byglar används för att bära tvärkraften är det dock tillåtet att anta en flackare vinkel, $\cot \theta \leq 2,5$ för slakarmerade konstruktioner. Detta val förutsätter att det, tack vara byglarnas närvaro, kan ske en plastisk omlagring som gör att sprickan successivt ändrar riktning från en brant till en flack lutning. Därmed kommer fler byglar efterhand också aktiveras, vilket ger en ökad tvärkraftskapacitet hos konstruktionen.

Detta synsätt förutsätter således en gradvis kraftomlagring i konstruktionen. En sådan respons är rimlig för en statiskt belastad konstruktion men det är inte lika självklart att så även är fallet vid en snabb dynamisk respons orsakad av en impulslast. I UFC utgör detta inte något problem eftersom skjuvsprickan i detta fall antas ha en vinkel på 45° och i FKR är beräkningsmetoden så mycket annorlunda att en enkel jämförelse med Eurokod 2 inte är möjlig. I Cormie *et al.* utgås dock från Eurokod 2 och däri tillåts byglarnas tvärkraftskapacitet också beräknas utgående från att

$\cot \theta \leq 2,5$. Någon fundering på att eventuellt begränsa tillåten vinkel hos skjuvsprickan med hänsyn till impulsbelastning framförs inte. Dock, används en dimensionerande tvärkraft som bestäms i ett kritiskt snitt baserat på en skjuvvinkel om 45° , dvs. ett konservativt valt lastvärde utgående från vad som är tillåtet enligt Eurokod 2.

Beaktat den osäkerhet som råder kring möjligheterna för plastisk omlagring i en sned skjuvspricka hos en impulsbelastad konstruktion anses det här vara rimligt att införa någon form av begränsning på tillåten lutning hos antagen skjuvspricka. Någon tillförlitlig information att basera ett sådant val på saknas dock, varför en sådan begränsning istället får baseras på en ingenjörsmässig bedömning. Här föreslås att maximal vinkel hos skjuvsprickan begränsas till $\cot \theta \leq 1,75$, dvs. $\theta \geq 30^\circ$, vilket motsvarar medelvärdet för tillåten lutning ($1,0 \leq \cot \theta \leq 2,5$) hos skjuvsprickan.

För maximalt tillåtet avstånd mellan byglar ger undersökta referenser riktlinjer som påminner om varandra – UFC och Cormie *et al.* förespråkar $s_{max} \leq 0,5 \cdot d$ medan FKR anger att $s_{max} \leq 0,5 \cdot d$ vid elastisk respons men tillåter $s_{max} \leq 0,75 \cdot d$ vid plastisk respons. Det senare värdet är också vad som används som maximalavstånd i Sverige för statiskt belastade konstruktioner. Det är dock klart att konsensus råder i här jämförda referenser om att det åtminstone delvis finns ett behov av ett hårdare krav än så på maximalt avstånd mellan tvärkraftsarmering i form av byglar.

Baserat på detta konstateras att tillåten tvärkraftskapacitet gentemot sneda skjuvsprickor beräknas enligt Eurokod 2. En restriktion på skjuvsprickans vinkel införs dock via rekommendationen att $\cot \theta \leq 1,75$ samt att tillåtet avstånd mellan byglar utgår från $s_{max} \leq 0,5 \cdot d$.

6.3.3 Rak skjuvspricka

De uttryck som ges i UFC och Cormie *et al.* är mycket likt uttrycket i Eurokod 2 för att undvika livtryckbrott, dvs. krossning av den sneda trycksträva som uppstår i betongen vid tvärkraftsbelastning. I FKR finns krav på en motsvarande kontroll, dock utan syfte att kontrollera uppkomst av en rak skjuvspricka – en sådan brotttyp berörs överhuvudtaget inte i denna referens. I praktiken används dock i princip samma typ av kontroll – ett uttryck avsett att undvika livtryckbrott – i samtliga här undersökta referenser. Denna kontroll utförs också i Eurokod 2, varför det i egentlig mening redan ingår en kontroll mot rak skjuvspricka.

I UFC och Cormie *et al.* anges det dock även andra särskilda krav för när det krävs diagonala byglar för att hantera uppkomsten av rak skjuvspricka. Dessa krav är bland annat kopplade till tillåten rotationskapacitet. I avsnitt 6.2.3 förespråkas dock ett annat synsätt för rotationskapacitet, varför det saknas något krav på en sådan bygelutformning för att uppnå en viss rotationskapacitet. Slutligen, eftersom raka sprickor inte hanteras alls i FKR, kombinerat med att denna representerar det traditionella svenska synsättet för impulsbelastade konstruktioner, så bedöms det också vara acceptabelt att bortse från särskilda krav kopplat till denna brotttyp.

Baserat på detta bedöms kontroll gentemot raka sprickor vara uppfylld via kontroll mot livtryckbrott, en kontroll som kan utföras i enlighet med Eurokod 2. Några särskilda armeringsutformningar med hänsyn till denna brotttyp bedöms inte vara nödvändiga.

7 Referenser

- Andersson S. and Karlsson H. (2012): Structural Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Explosions: Time dependent transformation factors, support reactions and distribution of section forces. Avdelningen för Konstruktionsteknik, Chalmers tekniska högskola, Examensarbete 2012:103, Göteborg.
- Biggs J.M. (1964): Introduction to Structural Dynamics. McGraw-Hill, New-York, USA.
- Carlsson M och Kristensson R. (2012): Structural Response with regard to Explosions: Mode Superposition, Damping and Curtailment. Avdelningen för Byggnadsmekanik, Department of Construction Sciences, Lunds tekniska högskola, Lund.
- Cormie D., Mays G., Smith P. (2009): Blast Effects on Buildings, Second edition. Thomas Telford Ltd, London, Storbritannien.
- DOD (2008): Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions. UFC 3-340-02, Departement of Defense, USA.
- Fortifikationsförvaltningen (1973a): Provisoriska anvisningar för dimensionering av armerade betongkonstruktioner som skydd mot verkan av konventionella vapen inom närmissområde. Fortifikationsförvaltningen, Befästningsavdelningen, Publ nr 25:1 Bk/1973, Stockholm.
- Fortifikationsförvaltningen (1973b): Provisoriska anvisningar för dimensionering av armerade betongkonstruktioner som skydd mot verkan av konventionella vapen inom närmissområde - Kommentarer. Fortifikationsförvaltningen, Befästningsavdelningen, Publ nr 25:2 Bk/1973, Stockholm.
- Fortifikationsverket (2011): Fortifikationsverkets Konstruktionsregler, FKR 2011. Fortifikationsverket, Dnr 4535/2011, Eskilstuna.
- Johansson M. och Laine L. (2012c): Bebyggelsens motståndsförmåga mot extrem dynamisk belastning, Del 3: Kapacitet hos byggnader. Myndigheten för samhällsskydd och beredskap, Publ.nr MSB 0142-10, Karlstad.
- SIS (2008): Eurokod 2: Dimensionering av betongkonstruktioner – Del 1-1: Allmänna regler och regler för byggnader. SIS Sweddish Standards Institute, SS-EN 1992-1-1, Stockholm.
- Svedbjörk G. (2010): Personlig kommunikation. Seniorarkonstruktör med mer än 40 års erfarenhet att räkna på impulsbelastade konstruktioner, Grontmij, Eskilstuna.