

**B05-101**

## **Beräkningsexempel för strukturrepons Enkelspänd betongvägg**

Författare: Morgan Johansson. Ansvarig utgivare: Björn Ekengren.

<b>1 Orientering</b>	<b>2</b>
1.1 Samlingsdokument	2
1.2 Om detta dokument	2
<b>2 Förutsättningar</b>	<b>2</b>
<b>3 Verkande last</b>	<b>3</b>
<b>4 Egenskaper hos byggnad</b>	<b>3</b>
4.1 Metodik	3
4.2 Geometri och material	4
4.3 Massa	4
4.4 Styvhet och motståndskraft	5
4.5 Dynamiska egenskaper	7
<b>5 Förskjutning och snittkrafter</b>	<b>8</b>
5.1 Förutsättningar	8
5.2 Byggnad utsatt för reflekterad stötvåg	8
5.2.1 Förskjutning	8
5.2.2 Ekvivalent statisk last	9
5.2.3 Dimensionerande moment	10
5.2.4 Dimensionerande tvärkraft	11
5.2.5 Sammanställning	13
5.2.6 Kontroll av plastisk deformationsförmåga	15
5.2.7 Inverkan av elastoplastisk respons	17
5.2.8 Inverkan av segare armering	18
5.3 Byggnad utsatt för oreflekterad stötvåg	19
<b>6 Kommentar</b>	<b>20</b>

---

## 1 Orientering

### 1.1 Samlingsdokument

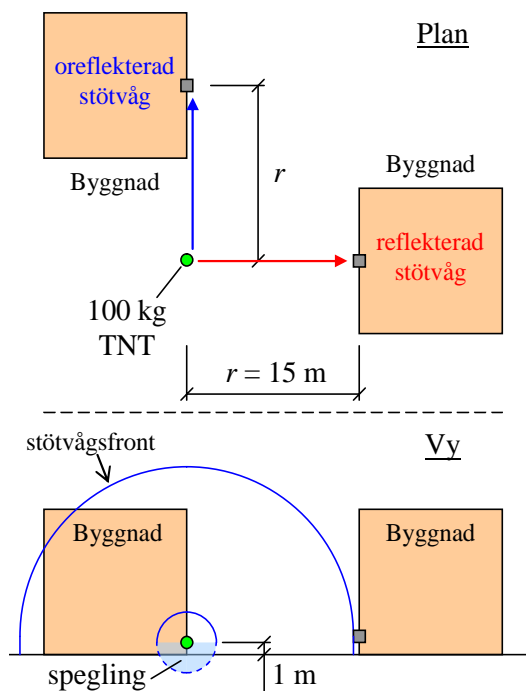
För allmän information om MSB:s kunskapsdokument i serien Beräkning av impulsbelastade konstruktioner, se dokument B01-101. Där ges bland annat övergripande bakgrund, en sammanfattande beteckningslista samt referenser. För en förteckning av utgivna dokument i serien hänvisas till dokument B01-102.

### 1.2 Om detta dokument

I detta dokument visas hur responsen hos en tvåsidigt upplagd betongvägg, utsatt för en impulslast, beräknas. Beräkningsgång för transformation från verklig konstruktion till ekvivalent enfrihetsgradssystem (SDOF-modell), beräkning av maximal förskjutning och ekvivalent statisk last samt kapacitetskontroll redovisas. Teoretisk bakgrund för här utförda beräkningar behandlas i Johansson och Laine (2012c) samt dokument B06-201. En sammanställning av beräkningsanvisningar ges i dokument B03-101 och B03-102. Lastdata har hämtats från dokument B04-101.

## 2 Förutsättningar

I Figur 2.1 illustreras studerat belastningsfall. En laddning, motsvarande 100 kg TNT, antas explodera 1 m ovan marknivå. I närheten av laddningen står två byggnader som kommer utsättas för last av varierande storlek. Här studeras två renodlade fall – effekten av det tryck som fås från en normalreflektad stötvåg samt trycket för en oreflektad stötvåg på samma avstånd  $r = 15$  m.



Figur 2.1 En laddning motsvarande 100 kg TNT, placerad 1 m ovan mark, exploderar och respons hos utsatta byggnadsdelar på ett avstånd  $r = 15$  m från laddningen studeras.

## 3 Verkande last

Den verkande lasten bestäms i dokument B04-101 och sammanställs i Tabell 3.1.

Tabell 3.1 Stötvågsparametrar för reflekterad och oreflekterad belastning vid antagande om linjärt avtagande tryck.

Linjärt avtagande tryck			
Oreflekterad stötvåg		Reflekterad stötvåg	
$P_s^+$	109 kPa	$P_r^+$	314 kPa
$i_s^+$	408 Pas	$i_r^+$	970 Pas
$t_{s,\Delta}^+$	7,5 ms	$t_{r,\Delta}^+$	6,2 ms

Det ska poängteras att vid användande av de samband för en balks deformation samt ekvivalent statisk last som presenteras i avsnitt 5 så används enbart värdet på impulstätheten  $i_s^+$  och  $i_r^+$ . Dvs. det utgås där från att aktuellt tryck-tidssamband kan betraktas som en karakteristisk impulsbelastning, vilket är ett konservativt antagande som resulterar i en kontroll på säker sida. Övriga parametrar redovisas för fullständighetens skull, vilket ger möjlighet till en förfinad kontroll av resulterande deformationer via de förenklade samband för modifiering av impulslasten som ges i dokument B03-101 eller via central differensmetod som behandlas i dokument B03-102.

## 4 Egenskaper hos byggnad

### 4.1 Metodik

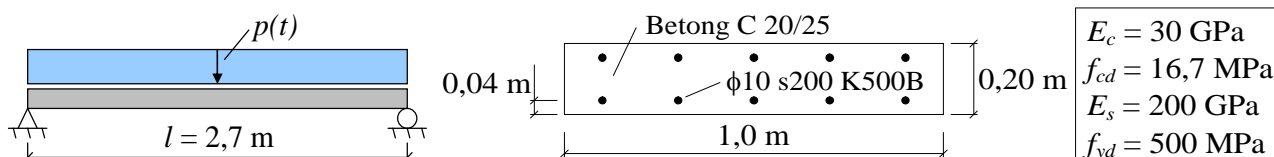
Kontroll av byggnadsdel utförs här utgående från ett enfrihetsgradssystem vilket innebär att last samt egenskaper hos studerad balk omvandlas att gälla för ett sådant. I enlighet med vad som anges i dokument B03-102 så innebär detta dock att det räcker att modifiera balkens totala massa  $m_b$  med en faktor  $\kappa_{mF}$  medan styvheten  $k_b$  och lasten  $F_b$  förblir desamma, dvs.

$$\kappa_{mF} m_b \ddot{u} + k_b u = F_b(t) \quad (4.1)$$

Värden tas fram för tre olika fall – osprucket (stadium I), sprucket (stadium II) samt plastisk respons (stadium III). Nedan används index *I*, *II* eller *III* för att särskilja egenskaperna för en balk i respektive stadium.

## 4.2 Geometri och material

Studerad byggnad antas vara uppbyggd av flera våningar med inbördes avstånd 2,7 m. Väggarna består av betong C 20/25 med tjockleken 200 mm, är armerade med  $\phi 10$  s200<sup>1</sup> K500B samt antas vara fritt upplagda (upplagsbredd  $b_u = 0,1$  m) mot bjälklagen, se Figur 4.1. Trycket approximeras vara detsamma över hela väggen varför en 1,0 m bred väggstrimla studeras.



Figur 4.1 Studerad väggstrimla i byggnad utsatt för explosionslast.

## 4.3 Massa

Väggstrimlans totala massa uppgår till

$$m_b = \rho \cdot b \cdot h \cdot l = 2400 \cdot 1,0 \cdot 0,20 \cdot 2,7 = 1296 \text{ kg} \quad (4.2)$$

Detta modifieras sedan med värdet på  $\kappa_{mF}$ , vilket för en fritt upplagd balk vid antagande om en elastisk respektive plastisk respons, enligt dokument B03-101, uppgår till

$$\kappa_{mF,I} = \kappa_{mF,II} = 0,787 \quad (4.3)$$

$$\kappa_{mF,III} = 0,667 \quad (4.4)$$

Tillsammans ger detta att den ekvivalenta massan för elastisk respektive plastisk respons blir

$$m_I = m_{II} = 0,787 \cdot 1296 = 1021 \text{ kg} \quad (4.5)$$

$$m_{III} = 0,667 \cdot 1296 = 864 \text{ kg} \quad (4.6)$$

<sup>1</sup> Armering med diameter  $\phi = 10$  mm och centrumavstånd  $s = 200$  mm.

### 4.4 Styvhet och motståndskraft

Väggstrimlans styvhet för deformation i fältmitt av en jämnt utbredd last  $q$  fås från elementarfall och kan skrivas som

$$u = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI} \quad (4.7)$$

vilket innebär att styvheten  $k$  kan tecknas som

$$k = \frac{Q}{u} = \frac{ql}{u} = \frac{384}{5} \cdot \frac{EI}{l^3} \quad (4.8)$$

Balkens tvärsnittsegenskaper kan beräknas enligt nedan. Generellt gäller att framtagna värden är något approximativa i den meningen att armering i osprucken betong inte beaktas. Skillnaden är liten och för att förenkla beräkningarna medtas inte detta här.

För ett osprucket tvärsnitt fås ett tröghetsmoment

$$I_I = \frac{bh^3}{12} = \frac{1000 \cdot 200^3}{12} = 6,7 \cdot 10^8 \text{ mm}^4 \quad (4.9)$$

där  $b$  och  $h$  är väggstrimlans bredd respektive höjd.

Tröghetsmomentet för ett sprucket tvärsnitt beräknas med approximationen att normalkraften är noll, dvs. att ren böjning råder, varvid denna kan beräknas som

$$I_{II} = \frac{bx_{II}^3}{3} + \alpha A_s (d - x_{II})^2 \quad (4.10)$$

där  $x$  är tvärsnittets tryckzonshöjd,

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200}{30} = 6,7 \quad (4.11)$$

är kvoten mellan armeringens och betongens elasticitetsmodul,

$$A_s = A_{\phi 10} \cdot \frac{b}{s} = 78,5 \cdot \frac{1000}{200} = 393 \text{ mm}^2 \quad (4.12)$$

är armeringsmängd och

$$d = h - c = 200 - 40 = 160 \text{ mm} \quad (4.13)$$

är effektiv höjd. Tryckzonshöjden bestäms ur tyngdpunktssambandet för ett ekvivalent tvärsnitt

$$x_{II} = \frac{bx_{II}^2/2 + \alpha A_s d}{bx_{II} + \alpha A_s} \quad (4.14)$$

vilket kan skrivas om som

$$x_{II}^2 + \frac{2\alpha A_s}{b}(x_{II} - d) = 0 \quad (4.15)$$

Med ovan givna indata fås

$$x_{II} = -\frac{\alpha A_s}{b} + \sqrt{\left(\frac{\alpha A_s}{b}\right)^2 + \frac{2\alpha A_s d}{b}} = -\frac{6,7 \cdot 393}{1000} + \sqrt{\left(\frac{6,7 \cdot 393}{1000}\right)^2 + \frac{2 \cdot 6,7 \cdot 393 \cdot 160}{1000}} = 26 \text{ mm} \quad (4.16)$$

vilket insatt i ekvation (4.10) ger

$$I_{II} = \frac{1000 \cdot 26^3}{3} + 6,7 \cdot 393 \cdot (160 - 26)^2 = 5,3 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad (4.17)$$

Utgående från detta kan en styvhetskvot mellan osprucket och sprucket tvärsnitt bestämmas som

$$\eta = \frac{I_I}{I_{II}} = \frac{6,7 \cdot 10^8}{5,3 \cdot 10^7} = 12,6 \quad (4.18)$$

Dvs. en faktor  $\eta = 12,6$  i styvhetskillnad, vilket får betecknas som ett tämligen stort värde. Styvheten hos studerad väggstrimla kan slutligen beräknas som

$$k_I = \frac{384}{5} \cdot \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 6,7 \cdot 10^8}{2700^3} = 7,8 \cdot 10^4 \text{ N/mm} = 7,8 \cdot 10^7 \text{ N/m} \quad (4.19)$$

$$k_{II} = \frac{384}{5} \cdot \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 5,3 \cdot 10^7}{2700^3} = 6,2 \cdot 10^3 \text{ N/mm} = 6,2 \cdot 10^6 \text{ N/m} \quad (4.20)$$

För en konstruktion som uppvisar en rent plastisk respons, stadium III, finns det ingen styvhet att bestämma. Istället är det konstruktionens inre motståndskraft  $R$ , baserad på dess momentkapacitet, som utgör dess avgörande egenskap. För ett rektangulärt tvärsnitt kan momentkapaciteten bestämmas som

$$M_{rd} = f_{yd} A_s (d - 0,4x) \quad (4.21)$$

där tryckzonshöjden  $x$  beräknas som

$$x = \frac{f_{yd} A_s}{0,8 f_{cd} b} \quad (4.22)$$

utgående från armeringsmängd  $A_s$ , dess flytgräns  $f_{st}$ , betongens tryckhållfasthet  $f_{cc}$  samt bredden  $b$ . Med utgångspunkt från indata i Figur 4.1 fås

$$x = \frac{500 \cdot 393}{0,8 \cdot 16,7 \cdot 1000} = 15 \text{ mm} \quad (4.23)$$

vilket insatt i ekvation (4.21) ger

$$M_{rd} = 500 \cdot 393 \cdot (160 - 0,4 \cdot 15) = 30,3 \text{ kNm} \quad (4.24)$$

Utgående från konstruktionens momentkapacitet beräknas dess inre mothållande kraft  $R$ . För en fritt upplagd balk med längden  $l$ , belastad av en jämnt utbredd last  $q$ , gäller att det dimensionerande momentet kan beräknas som

$$M_{sd} = \eta_M \cdot M_{SDOF} = \eta_M \cdot \frac{ql^2}{8} \quad (4.25)$$

där  $\eta_M$  är en förstoringfaktor som beaktar skillnad i moment beräknad med SDOF och FEM, se avsnitt 5.2.3 för mer information. För en konstruktion med en plastisk respons gäller att  $\eta_M = 1,0$  och genom att sätta  $M_{rd} = M_{sd}$  kan den inre mothållande kraften  $R$  bestämmas som

$$R = ql = \frac{8M_{sd}}{l} = \frac{1,0 \cdot 8 \cdot 30,3}{2,7} = 90 \text{ kN} \quad (4.26)$$

### 4.5 Dynamiska egenskaper

Utgående från massa och styvhet enligt avsnitt 4.3 respektive avsnitt 4.4 kan de dynamiska egenskaperna för väggstrimlan vid respons med osprucket och sprucket tvärsnitt sammanfattas enligt Tabell 4.1, där vinkelfrekvens  $\omega$ , frekvens  $f$  samt period  $T$  beräknas som

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.27)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (4.28)$$

$$T = \frac{1}{f} \quad (4.29)$$

Tabell 4.1 Sammanfattning av dynamiska egenskaper hos väggstrimla vid respons med osprucket och sprucket tvärsnitt.

Beskrivning	$m$ [kg]	$k$ [kN/m]	$\omega$ [rad/s]	$f$ [Hz]	$T$ [ms]
Stadium I (osprucken)	1 021	$7,8 \cdot 10^7$	276	44,0	22,7
Stadium II (sprucken)	1 021	$6,2 \cdot 10^6$	77,8	12,4	80,7

## 5 Förskjutning och snittkrafter

### 5.1 Förutsättningar

I avsnitt 3 anges den impulstäthet för reflekterad och oreflekterad stötvåg som verkar på studerad väggstrimla. Vid beräkning av väggstrimlans maximala förskjutning och ekvivalent statisk last behövs dock den totala impulslasten som verkar på den. Denna beräknas som

$$I_k = b \cdot l \cdot i = 1,0 \cdot 2,7 \cdot i = 2,7 \cdot i \quad (5.1)$$

och impulstäthet  $i$  och resulterande karakteristisk impulslast  $I_k$  på studerad balk sammanställs i Tabell 5.1. I Tabell 5.2 sammanställs massa och styvhet hos studerad väggstrimla, framtagna i avsnitt 4.

*Tabell 5.1 Impulstäthet och resulterande impulslast på studerad väggstrimla när denne utsätts för reflekterad respektive oreflekterad belastning.*

Oreflekterad stötvåg		Reflekterad stötvåg	
$i_s^+$	408 Pas	$i_r^+$	970 Pas
$I_s^+$	1101 Ns	$I_r^+$	2619 Ns

*Tabell 5.2 Sammanställning av massa och styvhet hos studerad väggstrimla när denna betraktas vara helt osprucken, sprucken samt uppvisa ett rent plastiskt beteende.*

Egenskap	Beteckning	Stadium I (osprucken)	Stadium II (sprucken)	Stadium III (plastisk)	Enhet
Massa	$m$	1021	1021	864	kg
Styvhet	$k$	$7,8 \cdot 10^7$	$6,2 \cdot 10^6$	-	N/m
Kapacitet	$R$	-	-	90	kN

## 5.2 Byggnad utsatt för reflekterad stötvåg

### 5.2.1 Förskjutning

För konstruktion med elastisk respons fås den maximala resulterande förskjutningen som

$$u_{el} = \frac{I_k}{\sqrt{mk}} \quad (5.2)$$

vilket för osprucken väggstrimla (stadium I) ger

$$u_I = \frac{2619}{\sqrt{1021 \cdot 7,8 \cdot 10^7}} = 9,3 \text{ mm} \quad (5.3)$$

och för sprucken väggstrimla (stadium II)



$$u_{II} = \frac{2619}{\sqrt{1021 \cdot 6,2 \cdot 10^6}} = 32,9 \approx 33 \text{ mm} \quad (5.4)$$

För väggstrimla med plastisk respons (stadium III) fås den maximalt resulterande förskjutningen som

$$u_{pl} = \frac{I_k^2}{2Rm} \quad (5.5)$$

vilket med insatta värden ger

$$u_{III} = \frac{2619^2}{2 \cdot 90 \cdot 10^3 \cdot 864} = 43,8 \approx 44 \text{ mm} \quad (5.6)$$

### 5.2.2 Ekvivalent statisk last

Ekvivalent statisk last kan för väggstrimla med elastisk respons beräknas som

$$q_{el} = \frac{ku_{el}}{l} \quad (5.7)$$

vilket med insatta värden för osprucken väggstrimla (stadium I) ger

$$q_I = \frac{7,8 \cdot 10^7 \cdot 9,3 \cdot 10^{-3}}{2,7} = 268 \text{ kN/m} \quad (5.8)$$

och för sprucken väggstrimla (stadium II)

$$q_{II} = \frac{6,2 \cdot 10^6 \cdot 33 \cdot 10^{-3}}{2,7} = 75 \text{ kN/m} \quad (5.9)$$

För väggstrimla med plastisk respons (stadium III) kan den ekvivalenta statiska lasten beräknas som

$$q_{pl} = \frac{R}{l} \quad (5.10)$$

vilket med insatta värden ger

$$q_{III} = \frac{90}{2,7} = 33 \text{ kN/m} \quad (5.11)$$

### 5.2.3 Dimensionerande moment

Utgående från ekvivalenta statiska laster i avsnitt 5.2.2 kan det maximala fältmomentet beräknas enligt ekvation (4.25). I detta uttryck introduceras, i enlighet med anvisningar i dokument B06-201, en förstoringfaktor  $\eta_M = \eta_M(T/t_I)$  enligt Tabell 5.3, där  $T$  är konstruktionens egensvängningsperiod och  $t_I$  är lastens varaktighet. Denna faktor används för att beakta den momentskillnad som fås om den dynamiska analysen utförts med SDOF eller FEM och får enbart effekt för konstruktioner som uppvisar en elastisk respons.

*Tabell 5.3 Förstoringsfaktor  $\eta_M$  för uppräknig av dimensionerande moment hos konstruktion, utsatt för en jämnt utbredd last. För en konstruktion med plastisk respons är  $\eta_M = 1,0$ . Från dokument B06-201.*

$T/t_I$ [-]	$\eta_M$ [-]
0 – 10	1,0
(10) – 20	1,1
(20) – 40	1,2
(40) – 80	1,3
> 80	1,35

Av Tabell 3.1 framgår att  $t_I = t_{A,r} = 6,2$  ms, vilket tillsammans med värden på perioden  $T$  enligt Tabell 4.1 gör att förstoringfaktorn  $\eta_M$  kan bestämmas.

$$\frac{T_I}{t_1} = \frac{22,7}{6,2} = 3,7 \rightarrow \eta_{M,I} = 1,0 \quad (5.12)$$

$$\frac{T_{II}}{t_1} = \frac{80,7}{6,2} = 13 \rightarrow \eta_{M,II} = 1,1 \quad (5.13)$$

Dvs. för strimla med osprucket tvärsnitt (stadium I) fås ingen ökning av momentet medan det för en strimla med sprucket tvärsnitt (stadium II) fås en momentökning med 10 %. För en strimla med plastisk respons (stadium III) fås alltid att  $\eta_M = 1,0$ .

Med insatta värden på ekvivalent statisk last  $q$ , enligt avsnitt 5.2.2, fås slutligen att

$$M_I = \frac{1,0 \cdot 268 \cdot 2,7^2}{8} = 244 \text{ kNm} \quad (5.14)$$

$$M_{II} = \frac{1,1 \cdot 75 \cdot 2,7^2}{8} = 75 \text{ kNm} \quad (5.15)$$

$$M_{III} = \frac{1,0 \cdot 33 \cdot 2,7^2}{8} = 30 \text{ kNm} \quad (5.16)$$

### 5.2.4 Dimensionerande tvärkraft

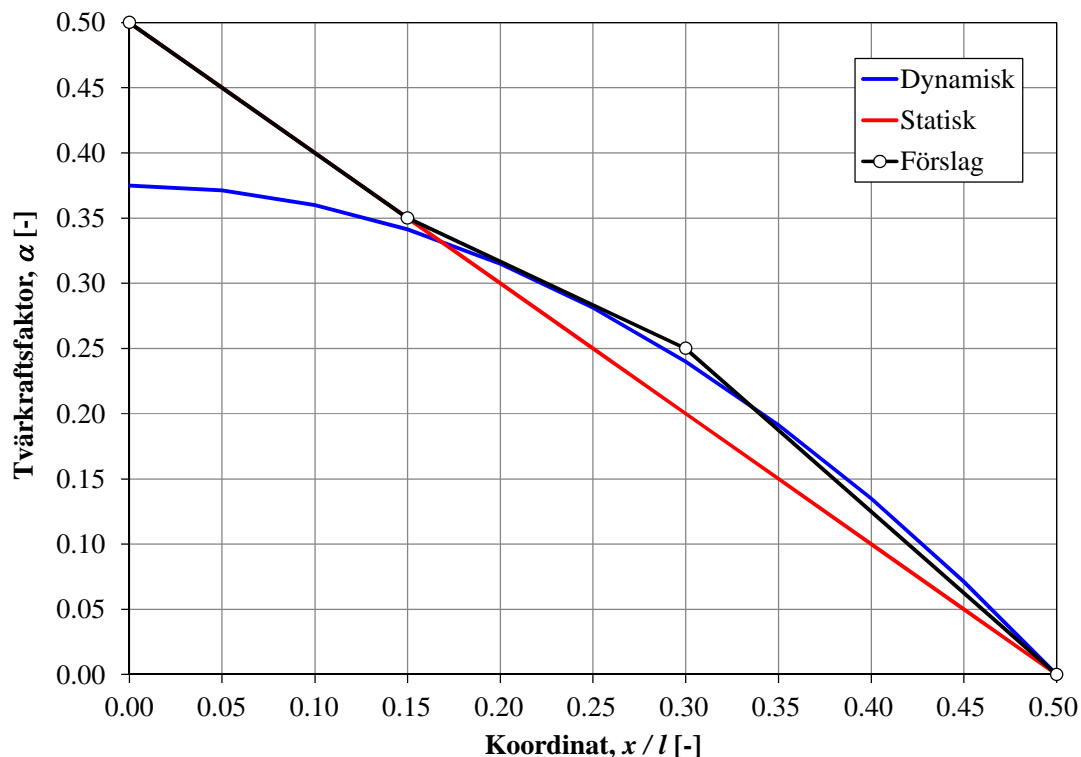
Enligt dokument B06-201 bestäms den dimensionerande tvärkraften utgående från en ekvivalent statisk last. Någon förstoringfaktor motsvarande den som används för moment i avsnitt 5.2.3 är således inte aktuellt här. Dock ska det beaktas att tvärkraftsfördelningen är annorlunda för en impulsbelastad konstruktion så som schematiskt illustreras i Figur 5.1. För väggstrimlan kan tvärkraften över strimlans längd beräknas som

$$V(x) = \alpha \cdot R \tag{5.17}$$

där tvärkraftsfaktorn  $\alpha$  beräknas utgående från Tabell 5.4. I Figur 5.1 visas konsekvensen av denna modifiering jämfört med aktuella värden från en dynamisk samt statisk jämvikt. Av detta framgår att för tvärkrafter nära stöd,  $x/l \leq 0,15$ , fås samma tvärkraftsfördelning som vid en statiskt belastad strimla medan det på ökat avstånd från stöd uppstår något högre tvärkrafter.

Tabell 5.4 *Tvärkraftsfaktor  $\alpha$  som används för beräkning av tvärkraftsfördelning över balk med symmetriska randvillkor, utsatt för en jämnt utbredd last. Från dokument B06-201.*

$x/l$ [-]	$\alpha$ [-]
0,00	0,50
0,15	0,35
0,30	0,25
0,50	0,00



Figur 5.1 *Jämförelse av tvärkraftsfördelning över balk med plastisk respons, utsatt för en jämnt utbredd last. Föreslagna värden enligt Tabell 5.4.*

## Beräkning av impulsbelastad konstruktion

Tvärkraftskontroll görs i kritiskt snitt mätt från upplagskant så som visas i Figur 5.2. Avståndet  $a_v$  från upplagskant är olika beroende på om det finns skjuvarmering eller inte. Enligt dokument B06-201 gäller för tvärsnitt utan skjuvarmering att

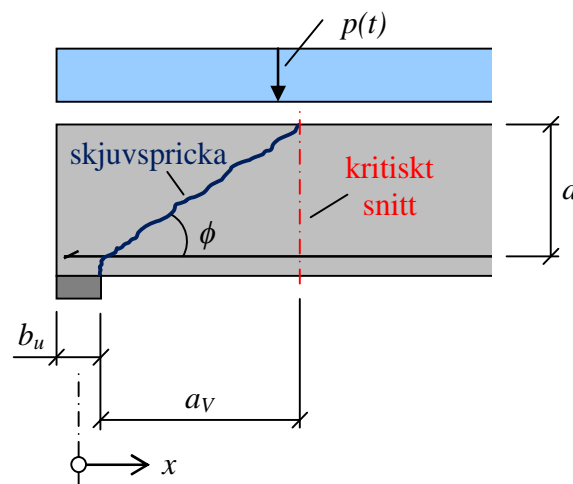
$$a_v = d \quad (5.18)$$

medan avståndet vid skjuvarmering begränsas till

$$a_v = z \cdot \cot \phi \leq 1,75 \cdot z \quad (5.19)$$

där  $d$  är effektiv höjd,  $z \approx 0,9 \cdot d$  är inre hävarm och  $\phi$  är skjuvsprickans vinkel enligt Figur 5.2. Vidare begränsas det maximala avståndet mellan vertikala skänklar hos eventuell skjuvarmering till

$$s_{\max} \leq 0,5 \cdot d \quad (5.20)$$



Figur 5.2 Schematisk illustration för bestämning av kritiskt snitt för kontroll av tvärkraft.

Studerad väggstrimla saknar skjuvarmering varför dimensionerande tvärkraft bestäms i ett snitt  $a_v = d$  ut från upplagskant. Detta motsvarar en koordinat

$$x_v = 0,5 \cdot b_u + a_v = 0,5 \cdot 0,1 + 0,16 = 0,165 \text{ m} \quad (5.21)$$

Av detta fås att

$$\frac{x_v}{l} = \frac{0,165}{2,7} = 0,06 < 0,15 \quad (5.22)$$

vilket innebär att dimensionerande tvärkraft kan bestämmas på samma sätt som vid en statisk belastning, dvs.

$$V_{sd} = q \cdot \left( \frac{l}{2} - x_v \right) \quad (5.23)$$

Med insatta värden på ekvivalent statisk last  $q$ , enligt avsnitt 5.2.2, fås slutligen att

$$V_I = 268 \cdot \left( \frac{2,7}{2} - 0,165 \right) = 318 \text{ kN} \quad (5.24)$$

$$V_{II} = 75 \cdot \left( \frac{2,7}{2} - 0,165 \right) = 89 \text{ kN} \quad (5.25)$$

$$V_{III} = 33 \cdot \left( \frac{2,7}{2} - 0,165 \right) = 40 \text{ kN} \quad (5.26)$$

Det kan påvisas (görs ej här) att tvärkraftskapaciteten hos en sprucken väggstrimla, via betongens bidrag, uppgår till  $V_{rd} = 106 \text{ kN}$ , vilket är större än dimensionerande tvärkraft för både stadium II och III.

### 5.2.5 Sammanställning

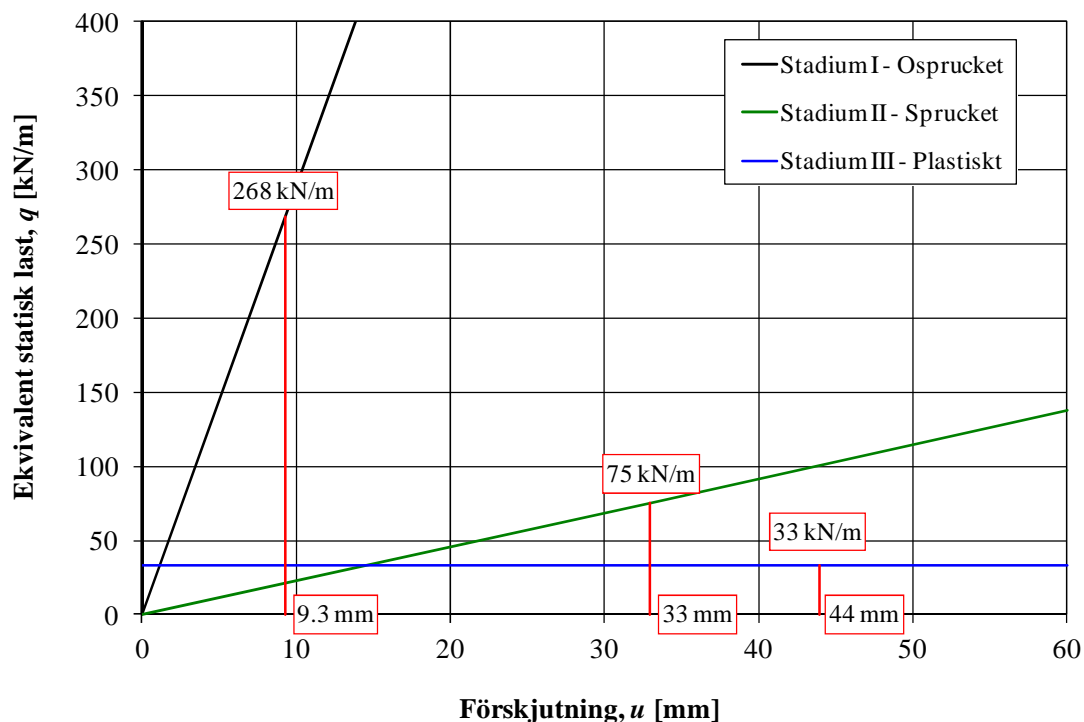
I Tabell 5.5 och Figur 5.3 sammanställs resultat för studerad väggstrimla utsatt för reflekterad impulslast. Av detta framgår att en styv elastisk respons, stadium I, ger en mindre förskjutning men högre ekvivalent last än vad som fås för en väggstrimla med en vek elastisk respons, stadium II. För en plastisk respons, stadium III, blir detta förhållande än mer tydligt med en ökad förskjutning men minskad ekvivalent last som följd.

Det kan noteras att för stadium I och stadium II erfordras ekvivalenta laster som är större än kapaciteten i stadium III. I praktiken innebär detta att väggstrimlan först kommer spricka upp och därefter plasticera. Med andra ord så är ett antagande om stadium I eller stadium II för studerad väggstrimla oralistiskt med hänsyn till den last som applicerats. Utförda beräkningar för dessa båda stadier ska därför främst ses som ett illustrativt exempel på vilken skillnad i respons som fås vid varierande styvhet hos en impulsbelastad konstruktion.

*Tabell 5.5 Sammanställning av förskjutning, ekvivalent statisk last samt maximalt fältmoment för studerad väggstrimla när denna utsätts för en idealisk impulslast  $I_r^+$  enligt Tabell 5.1 och betraktas vara helt osprucken, sprucken eller uppvisa ett rent plastiskt beteende.*

Egenskap	Beteckning	Stadium I (osprucken)	Stadium II (sprucken)	Stadium III (plastisk)	Enhet
Förskjutning	$u$	9,3	33	44	mm
Ekv. statisk last	$q$	268	75	33	kN/m
Dim. moment	$M$	244	75	30	kNm
Dim. tvärkraft	$V$	318	89	40	kN

## Beräkning av impulsbelastad konstruktion



Figur 5.3 Sammanställning av ekvivalent statisk last  $q$  och maximal deformation  $u$  för studerad väggstrimla belastad av reflekterad stötvåg när balken antas befinna sig i stadium I, stadium II eller stadium III.

Arean under last-förskjutningskurvan i Figur 5.3, den inre energiförbrukningen, är densamma vid elastisk respons:

$$W_{i,I} = \frac{268 \cdot 2,7 \cdot 9,3 \cdot 10^{-3}}{2} = 3365 \text{ Nm} \quad (5.27)$$

$$W_{i,II} = \frac{75 \cdot 2,7 \cdot 33}{2} = 3341 \text{ Nm} \quad (5.28)$$

För plastisk respons blir den inre energiförbrukningen dock något högre

$$W_{i,III} = 34 \cdot 2,7 \cdot 44 \cdot 10^{-3} = 3960 \text{ Nm} \quad (5.29)$$

vilket beror på att den effektiva massan för denna är lägre än vid elastisk respons, se Tabell 5.2, och det yttre arbetet därför blir större. Dessa värden kan jämföras med det yttre arbete som förs på den impulsbelastade väggstrimlan

$$W_y = E_k = \frac{I^2}{2m} \quad (5.30)$$

vilket för ett system med elastisk respons blir

$$W_{y,el} = \frac{2619^2}{2 \cdot 1021} = 3359 \text{ Nm} \quad (5.31)$$

och för ett system med plastisk respons blir

$$W_{y,pl} = \frac{2619^2}{2 \cdot 864} = 3969 \text{ Nm} \quad (5.32)$$

Dvs. energijämvikt råder med ett inre och yttre arbete som är lika stora – den avvikelser som syns beror på avrundning.

### 5.2.6 Kontroll av plastisk deformationsförmåga

För väggstrimla med elastisk respons behöver någon kontroll av deformationsförmågan inte göras. Där utgörs kontrollen istället av att beräknad lastkapacitet är tillräcklig. För en väggstrimla med plastisk respons är lastkapaciteten dock låst och kapacitetskontrollen övergår här istället till att kontrollera konstruktionens deformationsförmåga. I detta avsnitt görs detta enligt anvisningar i Eurokod 2, CEN (2004).

Tillåten plastisk rotationskapacitet bestäms som

$$\theta_{rd} = k_{\lambda} \cdot \theta_{pl} \quad (5.33)$$

där  $k_{\lambda}$  är en korrektionsfaktor och  $\theta_{pl}$  anger tillåten rotationskapacitet som funktion av armeringstyp, armeringsmängd samt betongtyp enligt Figur 5.4. Korrektionsfaktorn beräknas som

$$k_{\lambda} = \sqrt{\frac{\lambda}{3}} \quad (5.34)$$

där  $\lambda$  definieras som

$$\lambda = \frac{l_0}{d} \quad (5.35)$$

och  $l_0$  är avståndet mellan momentnollpunkt och flytled och  $d$  är tvärsnittets effektiva höjd. För studerad väggstrimla gäller att

$$l_0 = \frac{l}{2} = \frac{2,7}{2} = 1,35 \text{ m} \quad (5.36)$$

och  $d = 0,16 \text{ m}$ , varmed

$$\lambda = \frac{1,35}{0,16} = 8,44 \quad (5.37)$$

och korrektionsfaktorn  $k_{\lambda}$  fås som

$$k_{\lambda} = \sqrt{\frac{8,44}{3}} = 1,68 \quad (5.38)$$

## Beräkning av impulsbelastad konstruktion

För bestämning av  $\theta_{pl}$  används kvoten  $x/d$ . Från ekvation (4.23) fås att  $x = 15$  mm varvid

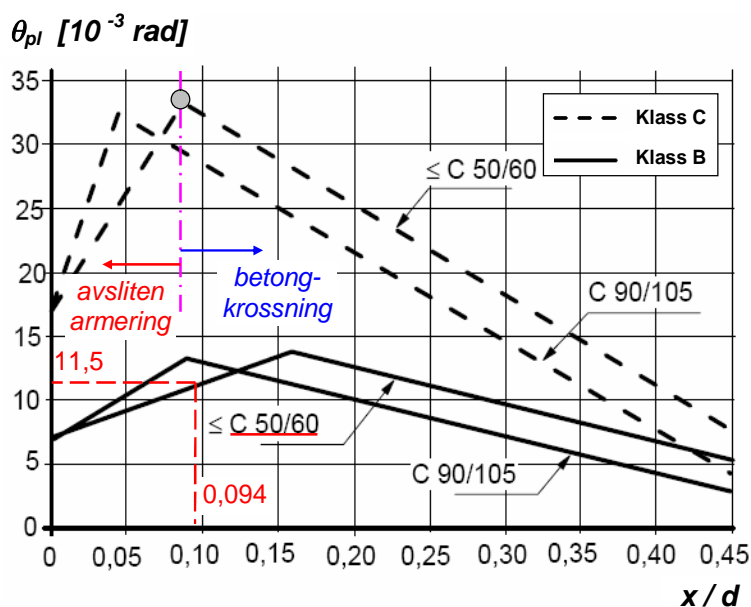
$$\frac{x}{d} = \frac{15}{160} = 0,094 \quad (5.39)$$

Insatt i Figur 5.4 kan noteras att detta låga värde på kvoten  $x/d$  innebär att rotationskapaciteten begränsas av risk för avsliten armering. För armering enligt klass B fås att  $\theta_{pl} \approx 11,5 \cdot 10^{-3}$  rad varmed den tillåtna rotationskapaciteten kan beräknas som

$$\theta_{rd} = 1,68 \cdot 11,5 \cdot 10^{-3} = 19,3 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad (5.40)$$

och tillåten plastisk förskjutning begränsas till

$$u_{rd} = \frac{\theta_{rd} \cdot l}{2} = \frac{19,3 \cdot 10^{-3} \cdot 2700}{2} = 26,1 \text{ mm} \quad (5.41)$$



Figur 5.4 Tillåten plastisk rotationskapacitet  $\theta_{pl}$ . Brott utgörs här av att armeringen slits av.

En jämförelse med erforderlig plastisk förskjutning i Tabell 5.5 ger att  $u_{III} = 43,8$  mm vilket är större än tillåten förskjutning på  $u_{rd} = 26,1$  mm. Dvs. en väggstrimla med en ren plastisk respons har, med redovisad beräkningsmetod, inte tillräcklig deformationsförmåga och klarar således inte heller av att stå emot aktuell impulsbelastning.



### 5.2.7 Inverkan av elastoplastisk respons

I föregående avsnitt påvisas att tillgänglig deformationsförmåga är otillräcklig när studerad väggstrimla antas ha en rent plastisk respons. I verkligheten kommer balken dock inte uppvisa ett rent plastiskt beteende utan något som snarare motsvarar en elastoplastisk respons. Detta innebär att en viss energiupptagning i konstruktionen kommer ske inom den elastiska delen vilket gör att erforderlig plastisk deformation minskar något. Här nyttjas en elastisk deformationsförmåga motsvarande styvheten för sprucket tvärsnitt (stadium II).

Av Tabell 5.2 framgår att styvheten för sprucket tvärsnitt är  $k_{II} = 6,2 \cdot 10^6$  N/m samt att mothållande kraft i stadium III är  $R = 90$  kN. Den elastiska förskjutning som hinner utvecklas innan den mothållande kraften uppnås uppgår därför till

$$u_{III,el} = \frac{R}{k} = \frac{90 \cdot 10^3}{6,2 \cdot 10^6} = 14,6 \text{ mm} \quad (5.42)$$

Den energimängd som förbrukas under denna elastiska deformation är för en linjärelastisk respons hälften så stor jämfört med vad som förbrukas vid motsvarande plastiska deformation med konstant mothållande kraft  $R$ . Således motsvarar detta också en minskning av erforderlig plastisk förskjutning med

$$\Delta u_{III} = \frac{u_{III,el}}{2} = \frac{14,6}{2} = 7,3 \text{ mm} \quad (5.43)$$

vilket ger en erforderlig plastisk deformation

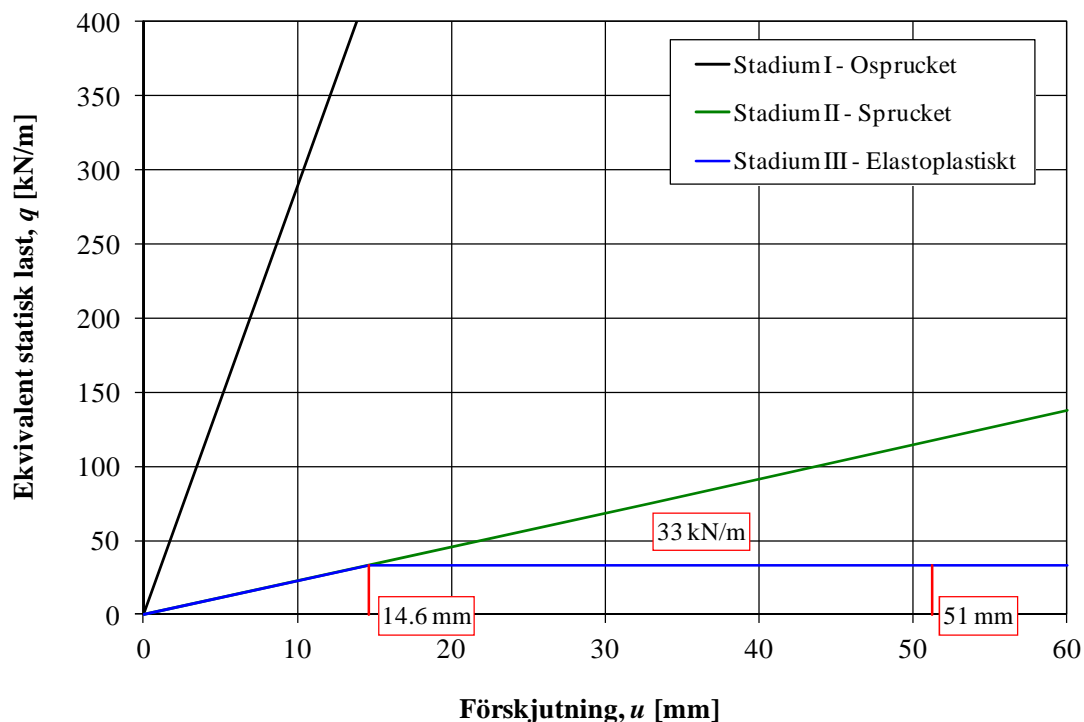
$$u_{III,pl} = u_{III} - \Delta u_{III} = 43,8 - 7,3 = 36,5 \text{ mm} \quad (5.44)$$

och en totaldeformation på

$$u_{III,tot} = u_{III,el} + u_{III,pl} = 14,6 + 36,5 = 51,1 \text{ mm} \approx 51 \text{ mm} \quad (5.45)$$

vilket illustreras i Figur 5.5.

Den plastiska förskjutningen  $u_{III,pl} = 36,5 \text{ mm} > 26,1 \text{ mm} = u_{rd}$  varför det kan konstateras att deformationsbehovet fortfarande är större än tillåten plastisk deformation och att belastad väggstrimla därför inte klarar av att ta upp aktuell impulsbelastning.



Figur 5.5 Sammanställning av ekvivalent statisk last  $q$  och maximal förskjutning  $u$  för studerad väggstrimla belastad av reflekterad stötvåg när den antas befinna sig i stadium I, stadium II eller stadium III.

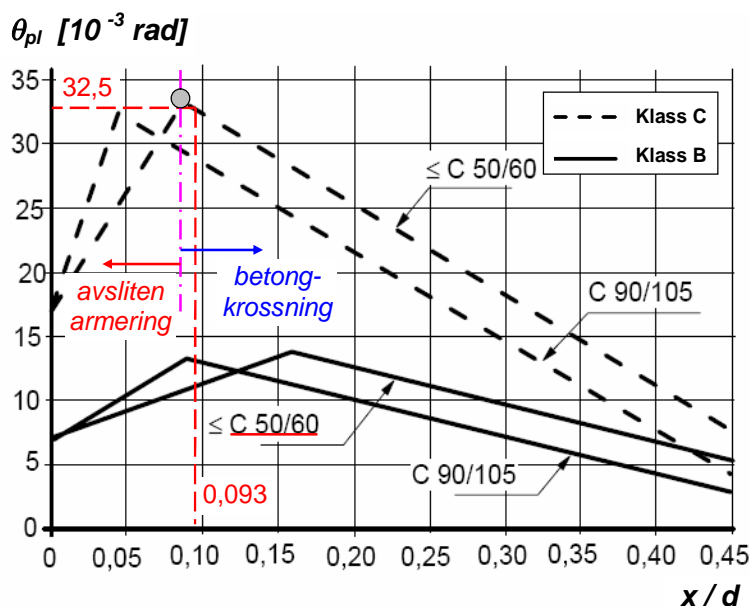
### 5.2.8 Inverkan av segare armering

I avsnitt 5.2.6 har väggstrimlans plastiska deformationsförmåga beräknats utgående från en armering tillhörande klass B. Detta är den normalt förekommande armeringen som används i Sverige idag men som jämförelse utförs här även en kontroll av vilken effekt som skulle fås om väggen istället varit utförd med en segare armeringstyp, armering av klass C.

Allt annat lika ger en övergång från armering B400B till B500C att  $\theta_{pl} \approx 32,5 \cdot 10^{-3}$  rad, se Figur 5.6. Detta medför att

$$u_{rd,C} = \frac{\theta_{pl,C}}{\theta_{pl,B}} \cdot u_{rd,B} = \frac{32,5}{11,5} \cdot 26,1 = 73,7 \text{ mm} \quad (5.46)$$

vilket med god marginal uppfyller kravet på plastisk deformation  $u_{III,pl} = 36,5$  mm som tagits fram i avsnitt 5.2.7. Av detta kan konstateras att val av armeringsklass har en påtaglig inverkan på konstruktionens resulterande deformationsförmåga.



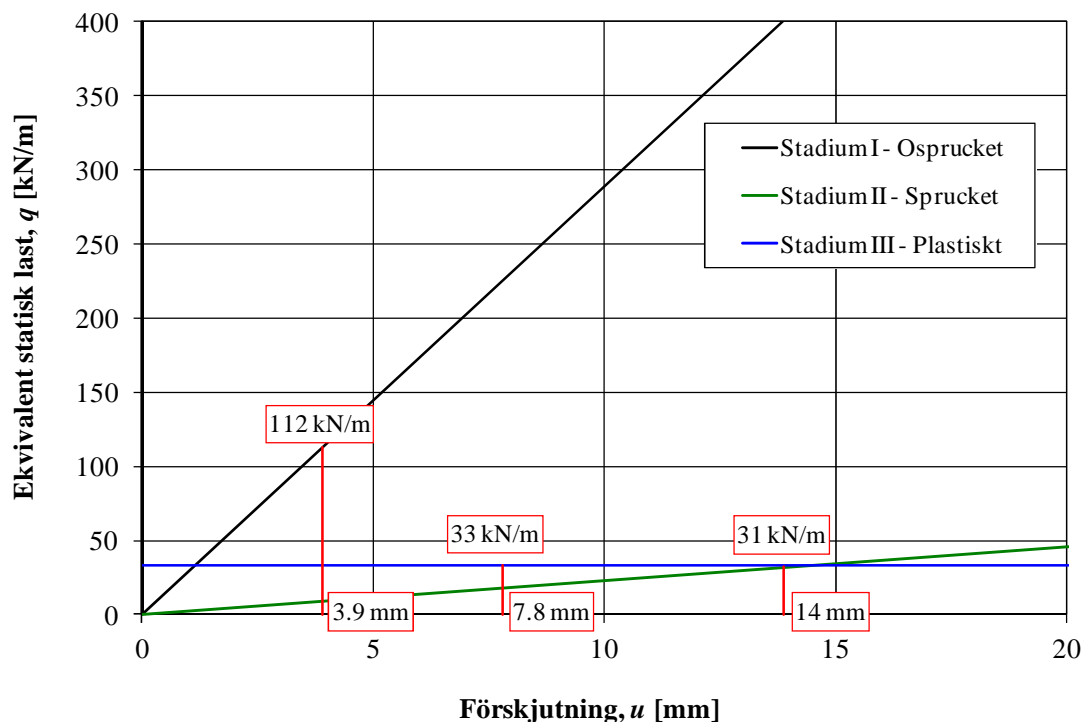
Figur 5.6 Tillåten plastisk rotationskapacitet  $\theta_{pl}$  för armering av klass C. Brottorsak utgörs av att betongen krossas.

### 5.3 Byggnad utsatt för oreflekterad stötvåg

Beräkningarna är identiska med de i avsnitt 5.2 varför enbart en sammanställning av resulterande förskjutning, ekvivalent statisk last samt maximalt fältmoment redovisas för detta belastningsfall, se Tabell 5.6 och Figur 5.7. Av detta framgår att den ekvivalenta lasten för väggstrimla i stadium II är lägre än kapaciteten i stadium III, dvs. någon plasticering av väggstrimlan borde inte inträffa vid denna last och väggstrimlan istället stanna kvar i stadium II. Trots detta anges att det uppstår ett dimensionerande moment som är högre än momentkapacitetet, något som innebär att plasticering trots allt inträffar. Anledningen till denna är att det vid beräkning av det dimensionerande momentet har tillkommit en förstoringfaktor  $\eta_M = 1,1$  på momentet på samma sätt som vid reflekterad stötvåg, se avsnitt 5.2.3. Av detta kan slutsatsen dras att plasticering kommer att inträffa men att den resulterande plastiska deformationen vid en elastoplastisk deformation skulle bli mycket begränsad.

Tabell 5.6 Sammanställning av förskjutning, ekvivalent statisk last samt maximalt fältmoment för studerad väggstrimla när denna utsätts för en idealiskt impulslast  $I_s^+$  enligt Tabell 5.1 och betraktas vara helt osprucken, sprucken eller uppvisa ett rent plastiskt beteende.

Egenskap	Betäckning	Stadium I (osprucken)	Stadium II (sprucken)	Stadium III (brott)	Enhet
Förskjutning	$u$	3,9	14	7,8	mm
Ekv. statisk last	$q$	112	31	33	kN/m
Dim. moment	$M$	103	32	30	kNm
Dim. tvärkraft	$V$	132	37	40	kN



Figur 5.7 Sammanställning av ekvivalent statisk last  $q$  och maximal förskjutning  $u$  för studerad väggstrimla belastad av oreflekterad stötvåg när balken antas befinna sig i stadium I, stadium II eller stadium III.

## 6 Kommentar

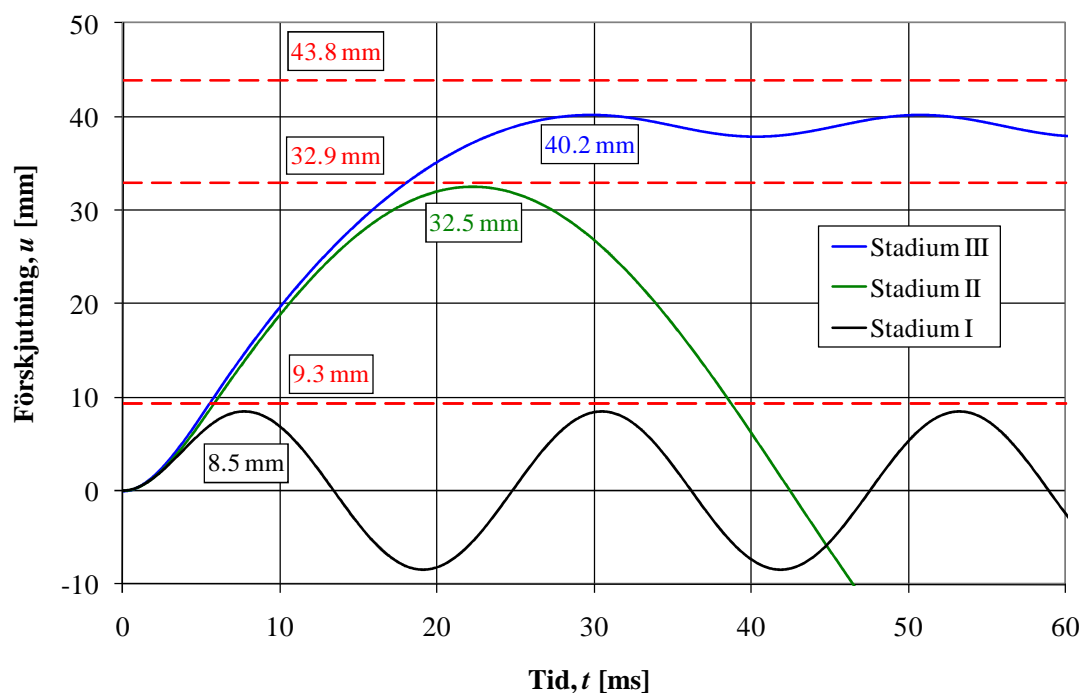
Av Figur 5.3 och Figur 5.7 kan det noteras att den resulterande förskjutningen och den ekvivalenta lasten varierar betänkligt beroende på vilken typ av respons som väggstrimlan antas uppvisa. En styv respons, osprucket tvärsnitt (stadium I), genererar en liten förskjutning men en stor ekvivalent last. På samma sätt medför en vek respons, sprucket tvärsnitt (stadium II), en större förskjutning men samtidigt en märkbart lägre ekvivalent statisk last. Slutligen genererar i det här fallet en väggstrimla med plastisk respons (stadium III) de största förskjutningarna men också den märkbart lägsta ekvivalenta lasten. För studerat exempel konstateras det i avsnitt 5.2.4 att betongkonstruktionen utsatt för en reflekterad explosionslast både kommer att spricka upp och plasticera. Detta är normalt men inte nödvändigt för en betongkonstruktion utsatt för en sådan last. I avsnitt 5.3 visas exempelvis att en motsvarande väggstrimla utsatt för en oreflekterad explosionslast kommer stanna kvar i stadium II. Det är dock i de flesta fall orealistiskt att anta att en betongkonstruktion ska förbli osprucken när den utsätts för en explosionslast. Det bidrag till balkens energiförbrukning som fås i stadium I är försumbart varför det är ett rimligt antagande att anta en respons hos en impulsbelastad betongkonstruktion som en kombination av stadium II och stadium III.

För väggstrimlorna med elastisk respons är den förbrukade energin, dvs. arean under respektive last-förskjutningskurva, densamma. För väggstrimla med plastisk respons är denna area dock något större, omkring 20 %. Denna skillnad beror på att den senare behöver ta upp en större energimängd på grund av en lägre effektiv massa, via faktorn  $\kappa_{mF}$ , som den har jämfört med vid elastisk respons, dvs.

$$\eta = \frac{\kappa_{MF,I}}{\kappa_{MF,III}} = \frac{0,788}{0,667} = 1,18 \quad (6.1)$$

Sammanfattningsvis kan konstateras att det är gynnsamt att utsatt konstruktion uppvisar en så mjuk respons som möjligt eftersom detta genererar en lägre ekvivalent last. Att få en plastisk respons blir därmed önskvärt att uppnå. Om så är fallet är det dock viktigt att även kontrollera den plastiska deformationsförmågan eftersom det är denna som utgör brottkriteriet för en sådan konstruktion. Vid kontroll av en betongkonstruktions plastiska deformationsförmåga kan det konstateras att armeringens seghet har stor betydelse. I här utförd beräkningsexempel fås en plastisk deformationskapacitet som är nästan tre gånger så hög när den segare armeringen av klass C används jämfört med den i Sverige normalt använda armeringen av klass B.

I Figur 6.1 jämförs förskjutningar beräknade med central differensmetod, se dokument B03-102, för en reflekterad stötvågslast med linjärt tryckavtagande enligt Tabell 3.1. Av detta framgår att erhållna förskjutningar minskar något gentemot de i avsnitt 5 beräknade värdena. Detta är en effekt av att applicerad last inte helt uppfyller kraven på att fungera som en karakteristisk impulslast. Det är värt att notera att skillnaden blir procentuellt sett större för balk i stadium I än för väggstrimla i stadium II. Detta beror på att den senare uppvisar en lägre egenfrekvens och därmed också en längre egensvängningsperiod. Därmed blir trycklastens varaktighet, i förhållande till sin egensvängningsperiod, kortare för väggstrimlan i stadium II, vilket resulterar i att den i högre grad kan betraktas som en ideal impulslast.



Figur 6.1 Förskjutnings-tidssamband för studerad väggstrimla när responsen beräknas via numerisk lösning för en linjärt avtagande lastkurva i enlighet med Tabell 3.1. Listade värden anger erhållna och i avsnitt 5.2.1 beräknad förskjutning.